

PROBLEMAS DE CÁLCULO DE ESTRUCTURAS RESUELTOS CON EL PROGRAMA

ANESMEF v. 1.1

PROBLEMA N° 1.

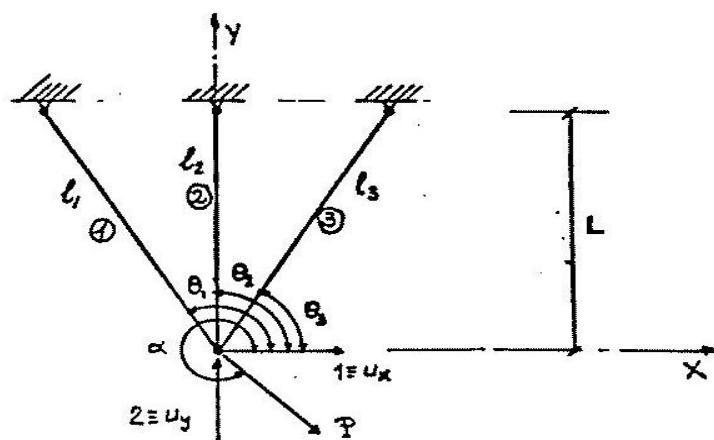
Ejemplo de la página 49 de los apuntes "Notas de teoría de estructuras", del 1er parcial de Análisis de Estructuras. Métodos Numéricos, 4º curso de la ETS Ingenieros Industriales de la UNED.

En la estructura de la figura se pide calcular los desplazamientos.

Los datos son:

Ángulos: $q_1 = 120^\circ$, $q_2 = 90^\circ$, $q_3 = 60^\circ$, $\alpha = 315^\circ$. Secciones: $a_1 = a_2 = a_3 = a$.

Carga: $P = 1$ (N). Longitudes: $l_2 = 1$, $l_1 = l_3$.



Solución con Anesmef.

Este problema presenta una mezcla de datos simbólicos y numéricos. Empezamos definiendo las coordenadas de los nudos. Anesmef calcula perfectamente problemas con datos simbólicos. No obstante, el valor simbólico debe ser puro para denominarlo como las variables genéricas E, A, L, etc. Este problema presenta la particularidad de que por ejemplo $l_1 = \frac{l_2}{\cos(30)} = \frac{2\sqrt{3} \cdot L}{3}$, (no es seno sino coseno) , pero L es una variable genérica, por lo que no la podremos usar debido a lo mencionado y habrá que hacer un cambio de variable. Tomaremos L_0 en lugar de L.

Este problema se desarrolló mediante los métodos clásicos. Aquí se resolverá por el método matricial de Anesmef.

Para el desarrollo de la introducción de datos, léase el manual de Anesmef. Antes que nada se calculan manualmente los nudos y se descompone la carga en el nudo 4 según los ejes. Los datos introducidos al respecto son:

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14	F15	F16	F17	F18	F19	F20	F21	F22	F23	F24	F25	F26	F27	F28	F29	F30	F31	F32	F33	F34	F35	F36	F37	F38	F39	F40	F41	F42	F43	F44	F45	F46	F47	F48	F49	F50	F51	F52	F53	F54	F55	F56	F57	F58	F59	F60	F61	F62	F63	F64	F65	F66	F67	F68	F69	F70	F71	F72	F73	F74	F75	F76	F77	F78	F79	F80	F81	F82	F83	F84	F85	F86	F87	F88	F89	F90	F91	F92	F93	F94	F95	F96	F97	F98	F99	F100	F111	F122	F133	F144	F155	F166	F177	F188	F199	F200	F211	F222	F233	F244	F255	F266	F277	F288	F299	F300	F311	F322	F333	F344	F355	F366	F377	F388	F399	F400	F411	F422	F433	F444	F455	F466	F477	F488	F499	F500	F511	F522	F533	F544	F555	F566	F577	F588	F599	F600	F611	F622	F633	F644	F655	F666	F677	F688	F699	F700	F711	F722	F733	F744	F755	F766	F777	F788	F799	F800	F811	F822	F833	F844	F855	F866	F877	F888	F899	F900	F911	F922	F933	F944	F955	F966	F977	F988	F999	F1000	F1111	F1222	F1333	F1444	F1555	F1666	F1777	F1888	F1999	F2000	F2111	F2222	F2333	F2444	F2555	F2666	F2777	F2888	F2999	F3000	F3111	F3222	F3333	F3444	F3555	F3666	F3777	F3888	F3999	F4000	F4111	F4222	F4333	F4444	F4555	F4666	F4777	F4888	F4999	F5000	F5111	F5222	F5333	F5444	F5555	F5666	F5777	F5888	F5999	F6000	F6111	F6222	F6333	F6444	F6555	F6666	F6777	F6888	F6999	F7000	F7111	F7222	F7333	F7444	F7555	F7666	F7777	F7888	F7999	F8000	F8111	F8222	F8333	F8444	F8555	F8666	F8777	F8888	F8999	F9000	F9111	F9222	F9333	F9444	F9555	F9666	F9777	F9888	F9999	F10000	F11111	F12222	F13333	F14444	F15555	F16666	F17777	F18888	F19999	F20000	F21111	F22222	F23333	F24444	F25555	F26666	F27777	F28888	F29999	F30000	F31111	F32222	F33333	F34444	F35555	F36666	F37777	F38888	F39999	F40000	F41111	F42222	F43333	F44444	F45555	F46666	F47777	F48888	F49999	F50000	F51111	F52222	F53333	F54444	F55555	F56666	F57777	F58888	F59999	F60000	F61111	F62222	F63333	F64444	F65555	F66666	F67777	F68888	F69999	F70000	F71111	F72222	F73333	F74444	F75555	F76666	F77777	F78888	F79999	F80000	F81111	F82222	F83333	F84444	F85555	F86666	F87777	F88888	F89999	F90000	F91111	F92222	F93333	F94444	F95555	F96666	F97777	F98888	F99999	F100000	F111111	F122222	F133333	F144444	F155555	F166666	F177777	F188888	F199999	F200000	F211111	F222222	F233333	F244444	F255555	F266666	F277777	F288888	F299999	F300000	F311111	F322222	F333333	F344444	F355555	F366666	F377777	F388888	F399999	F400000	F411111	F422222	F433333	F444444	F455555	F466666	F477777	F488888	F499999	F500000	F511111	F522222	F533333	F544444	F555555	F566666	F577777	F588888	F599999	F600000	F611111	F622222	F633333	F644444	F655555	F666666	F677777	F688888	F699999	F700000	F711111	F722222	F733333	F744444	F755555	F766666	F777777	F788888	F799999	F800000	F811111	F822222	F833333	F844444	F855555	F866666	F877777	F888888	F899999	F900000	F911111	F922222	F933333	F944444	F955555	F966666	F977777	F988888	F999999	F1000000	F1111111	F1222222	F1333333	F1444444	F1555555	F1666666	F1777777	F1888888	F1999999	F2000000	F2111111	F2222222	F2333333	F2444444	F2555555	F2666666	F2777777	F2888888	F2999999	F3000000	F3111111	F3222222	F3333333	F3444444	F3555555	F3666666	F3777777	F3888888	F3999999	F4000000	F4111111	F4222222	F4333333	F4444444	F4555555	F4666666	F4777777	F4888888	F4999999	F5000000	F5111111	F5222222	F5333333	F5444444	F5555555	F5666666	F5777777	F5888888	F5999999	F6000000	F6111111	F6222222	F6333333	F6444444	F6555555	F6666666	F6777777	F6888888	F6999999	F7000000	F7111111	F7222222	F7333333	F7444444	F7555555	F7666666	F7777777	F7888888	F7999999	F8000000	F8111111	F8222222	F8333333	F8444444	F8555555	F8666666	F8777777	F8888888	F8999999	F9000000	F9111111	F9222222	F9333333	F9444444	F9555555	F9666666	F9777777	F9888888	F9999999	F10000000	F11111111	F12222222	F13333333	F14444444	F15555555	F16666666	F17777777	F18888888	F19999999	F20000000	F21111111	F22222222	F23333333	F24444444	F25555555	F26666666	F27777777	F28888888	F29999999	F30000000	F31111111	F32222222	F33333333	F34444444	F35555555	F36666666	F37777777	F38888888	F39999999	F40000000	F41111111	F42222222	F43333333	F44444444	F45555555	F46666666	F47777777	F48888888	F49999999	F50000000	F51111111	F52222222	F53333333	F54444444	F55555555	F56666666	F57777777	F58888888	F59999999	F60000000	F61111111	F62222222	F63333333	F64444444	F65555555	F66666666	F67777777	F68888888	F69999999	F70000000	F71111111	F72222222	F73333333	F74444444	F75555555	F76666666	F77777777	F78888888	F79999999	F80000000	F81111111	F82222222	F83333333	F84444444	F85555555	F86666666	F87777777	F88888888	F89999999	F90000000	F91111111	F92222222	F93333333	F94444444	F95555555	F96666666	F97777777	F98888888	F99999999	F100000000	F111111111	F122222222	F133333333	F144444444	F155555555	F166666666	F177777777	F188888888	F199999999	F200000000	F211111111	F222222222	F233333333	F244444444	F255555555	F266666666	F277777777	F288888888	F299999999	F300000000	F311111111	F322222222	F333333333	F344444444	F355555555	F366666666	F377777777	F388888888	F399999999	F400000000	F411111111	F422222222	F433333333	F444444444	F455555555	F466666666	F477777777	F488888888	F499999999	F500000000	F511111111	F522222222	F533333333	F544444444	F555555555	F566666666	F577777777	F588888888	F599999999	F600000000	F611111111	F622222222	F633333333	F644444444	F655555555	F666666666	F677777777	F688888888	F699999999	F700000000	F711111111	F722222222	F733333333	F744444444	F755555555	F766666666	F777777777	F788888888	F799999999	F800000000	F811111111	F822222222	F833333333	F844444444	F855555555	F866666666	F877777777	F888888888	F899999999	F900000000	F911111111	F922222222	F933333333	F944444444	F955555555	F966666666	F977777777	F988888888	F999999999	F1000000000	F1111111111	F1222222222	F1333333333	F1444444444	F1555555555	F1666666666	F1777777777	F1888888888	F1999999999	F2000000000	F2111111111	F2222222222	F2333333333	F2444444444	F2555555555	F2666666666	F2777777777	F2888888888	F2999999999	F3000000000	F3111111111	F3222222222	F3333333333	F3444444444	F3555555555	F3666666666	F3777777777	F3888888888	F3999999999	F4000000000	F4111111111	F4222222222	F4333333333	F4444444444	F4555555555	F4666666666	F4777777777	F4888888888	F4999999999	F5000000000	F5111111111	F5222222222	F5333333333	F5444444444	F5555555555	F5666666666	F5777777777	F5888888888	F5999999999	F6000000000	F6111111111	F6222222222	F6333333333	F6444444444	F6555555555	F6666666666	F6777777777	F6888888888	F6999999999	F7000000000	F7111111111	F7222222222	F7333333333	F7444444444	F7555555555	F7666666666	F7777777777	F7888888888	F7999999999	F8000000000	F8111111111	F8222222222	F8333333333	F8444444444	F8555555555	F8666666666	F8777777777	F8888888888	F8999999999	F9000000000	F9111111111	F9222222222	F9333333333	F9444444444	F9555555555	F9666666666	F9777777777	F9888888888	F9999999999	F10000000000	F11111111111	F12222222222	F13333333333	F14444444444	F15555555555	F16666666666	F17777777777	F18888888888	F19999999999	F20000000000	F21111111111	F22222222222	F23333333333	F24444444444	F25555555555	F26666666666	F27777777777	F28888888888	F29999999999	F30000000000	F31111111111	F32222222222	F33333333333	F34444444444	F35555555555	F36666666666	F37777777777	F38888888888	F39999999999	F40000000000	F41111111111	F42222222222	F43333333333	F44444444444	F45555555555	F46666666666	F47777777777	F48888888888	F49999999999	F50000000000	F51111111111	F52222222222	F53333333333	F54444444444	F55555555555	F56666666666	F57777777777	F58888888888	F59999999999	F60000000000	F61111111111	F62222222222	F63333333333	F64444444444	F65555555555	F66666666666	F67777777777	F68888888888	F69999999999	F70000000000	F71111111111	F72222222222	F73333333333	F74444444444	F75555555555	F76666666666	F77777777777	F78888888888	F79999999999	F80000000000	F81111111111	F82222222222	F83333333333	F84444444444	F85555555555	F86666666666	F87777777777	F88888888888	F89999999999	F90000000000	F91111111111	F92222222222	F93333333333	F94444444444	F95555555555	F96666666666	F97777777777	F98888888888	F99999999999	F100000000000	F111111111111	F122222222222	F133333333333	F144444444444	F155555555555	F166666666666	F177777777777	F188888888888	F199999999999	F200000000000	F211111111111	F222222222222	F233333333333	F244444444444	F255555555555	F266666666666	F277777777777	F288888888888	F29

Submatriz global [K22](3) calculada

$$\begin{bmatrix} \frac{a \cdot e \cdot \sqrt{3}}{8 \cdot l_0} & \frac{3 \cdot a \cdot e}{8 \cdot l_0} \\ \frac{3 \cdot a \cdot e}{8 \cdot l_0} & \frac{3 \cdot a \cdot e \cdot \sqrt{3}}{8 \cdot l_0} \end{bmatrix}$$

MEF1 DEG AUTO FUNC 10/30 PAUSE

La matriz de rigidez (que en este caso ya está triangularizada) es:

Matriz [K] :

$$\begin{bmatrix} \frac{a \cdot e \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot l_0} & 0 \\ 0 & \frac{a \cdot e \cdot \left(\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4} + 1\right)}{l_0} \end{bmatrix}$$

MEF1 DEG AUTO FUNC 10/30 PAUSE

El vector de cargas es:

Vector (F) de acople en ec. (F)=[K](u)

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

MEF1 DEG AUTO FUNC 10/30 PAUSE

Finalmente, los desplazamientos aplicando la ecuación, son:

DESPLAZAMIENTOS NODALES
 0 nudo1 nudo2 nudo3 nudo4
 $u \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{2 \cdot l_0 \cdot \sqrt{6}}{3 \cdot a \cdot e}$
 $v \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{-2 \cdot l_0 \cdot (3 \cdot \sqrt{3} - 4) \cdot \sqrt{2}}{11 \cdot a \cdot e}$
 $\theta \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$

MEF1 DEG AUTO FUNC 10/30 PAUSE

DESPLAZAMIENTOS NODALES
 nudo1 nudo2 nudo3 nudo4
 $0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{2 \cdot l_0 \cdot \sqrt{6}}{3 \cdot a \cdot e}$
 $0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{-2 \cdot l_0 \cdot (3 \cdot \sqrt{3} - 4) \cdot \sqrt{2}}{11 \cdot a \cdot e}$
 $0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$

MEF1 DEG AUTO FUNC 10/30 PAUSE

que se han hallado mediante la matriz de desplazamientos. Podemos obtener el resultado en el nudo deseado (4º), sabiendo que son resultados globales (así serán si no son nudos con apoyo inclinado).

Los desplazamientos se obtienen de:
 $[P]=[K][d] \rightarrow [d]=[K]^{-1}[P]$
 Número de Nudo?
 4

MEF1 DEG AUTO FUNC 7/30

NUDO 4 globales
 Eje X, $u = \frac{2 \cdot l_0 \cdot \sqrt{6}}{3 \cdot a \cdot e}$
 Eje Y, $v = \frac{-2 \cdot l_0 \cdot (3 \cdot \sqrt{3} - 4) \cdot \sqrt{2}}{11 \cdot a \cdot e}$
 Giro $\theta, \theta = 0$

MEF1 DEG AUTO FUNC 7/30 PAUSE

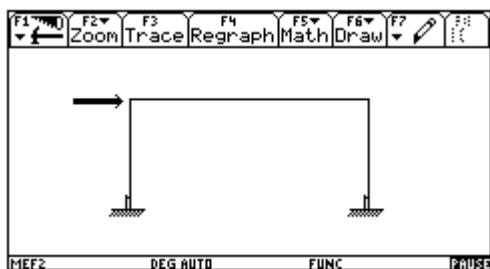
$$\underline{u} = \frac{\underline{L}}{aE} \left\{ \begin{array}{l} \frac{2\sqrt{6}}{3} \\ - \frac{2\sqrt{2}}{4+3\sqrt{3}} \end{array} \right\}$$

El resultado para v_4 no da diferente según el problema de las hojas, sino que la calculadora ofrece el resultado sin el radical en el denominador multiplicando por el conjugado de dicha expresión, como se puede comprobar fácilmente haciendo dicha operación.

PROBLEMA N° 2.

Ejercicio nº 2 de la 1ª parte del libro "Teoría General del MEF", de Juan José Benito y Ramón Álvarez, ETSII- UNED, página I.22.

Obtener los desplazamientos en los puntos A y B de la estructura de la figura.



Área de las barras: $A = 900 \text{ cm}^2$; inercia de las barras: $I = 800.000 \text{ cm}^4$; módulo de elasticidad del material: $E = 200.000 \text{ kg / cm}^2$; carga aplicada: $F = 10.000 \text{ Kg}$; longitud AB = 3 m ; altura base apoyos a dintel : 2 m.

Solución con Anesmef.

Renombremos los nudos, de izquierda a derecha y de abajo a arriba, como 1,2,3,4, por lo que el nudo A será el 2 mientras que el B el 3. Los 3 elementos serán en el mismo orden antedicho, con conexiones entre nudos: 1 > 2, 2 > 3, 3 > 4.

Ejemplo de presentación de Matrices para la barra 1.

Matriz cambio [L](1) calculada

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

MEF2 DEG AUTO FUNC 0/20 PAUSE

Matriz local [k'](1) calculada

$$\begin{bmatrix} 9.e5 & 0.e0 & 0.e0 & -9.e5 & 0.e0 & 0. \\ 0.e0 & 2.4e5 & 2.4e7 & 0.e0 & -2.4e5 & 2. \\ 0.e0 & 2.4e7 & 3.2e9 & 0.e0 & -2.4e7 & 1. \\ -9.e5 & 0.e0 & 0.e0 & 9.e5 & 0.e0 & 0. \\ 0.e0 & -2.4e5 & -2.4e7 & 0.e0 & 2.4e5 & -2 \\ 0.e0 & 2.4e7 & 1.6e9 & 0.e0 & -2.4e7 & 3. \end{bmatrix}$$

MEF2 DEG APPROX FUNC 0/20 PAUSE

Matriz cambio [LT](1) calculada

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

MEF2 DEG AUTO FUNC 0/20 PAUSE

Matriz global [K](1) calculada

$$\begin{bmatrix} 2.4e5 & 0.e0 & -2.4e7 & -2.4e5 & 0.e0 & -2 \\ 0.e0 & 9.e5 & 0.e0 & 0.e0 & -9.e5 & 0. \\ -2.4e7 & 0.e0 & 3.2e9 & 2.4e7 & 0.e0 & 1. \\ -2.4e5 & 0.e0 & 2.4e7 & 2.4e5 & 0.e0 & 2. \\ 0.e0 & -9.e5 & 0.e0 & 0.e0 & 9.e5 & 0. \\ -2.4e7 & 0.e0 & 1.6e9 & 2.4e7 & 0.e0 & 3. \end{bmatrix}$$

MEF2 DEG APPROX FUNC 0/20 PAUSE

Elemento 1
 Longitud 200
 Ángulo sobre eje x (+) 90 °

MEF2 DEG AUTO FUNC 0/20 PAUSE

$$\begin{bmatrix} \frac{-a \cdot e}{1} & 0 & 0 & \frac{-a \cdot e}{1} & 0 \\ 0 & \frac{12 \cdot e \cdot i}{1^3} & \frac{6 \cdot e \cdot i}{1^2} & 0 & \frac{-12 \cdot e \cdot i}{1^3} \\ 0 & \frac{6 \cdot e \cdot i}{1^2} & \frac{4 \cdot e \cdot i}{1} & 0 & \frac{-6 \cdot e \cdot i}{1^2} \\ -a \cdot e & 0 & 0 & \frac{a \cdot e}{1} & 0 \end{bmatrix}$$

MEF2 DEG AUTO FUNC 0/20 PAUSE

Se omiten las presentaciones para los elementos restantes. Busquemos la matriz de rigidez simbólica y la calculada.

Matriz de Rígidez [K]
 "Nudos" 2 3
 2 k11[2] + k22[1] k21[2]
 3 k12[2] k11[3] + k22[2]

MEF2 DEG AUTO FUNC 0/20 PAUSE

Matriz [K] :

$$\begin{bmatrix} 8.40e5 & 0.00e0 & 2.40e7 & -6.00e5 & 0.00 \\ 0.00e0 & 9.71e5 & 1.07e7 & 0.00e0 & -7.1 \\ 2.40e7 & 1.07e7 & 5.33e9 & 0.00e0 & -1.6 \\ -6.00e5 & 0.00e0 & 0.00e0 & 8.40e5 & 0.00 \\ 0.00e0 & -7.11e4 & -1.07e7 & 0.00e0 & 9.71 \\ 0.00e0 & 1.07e7 & 1.07e9 & 2.40e7 & -1.6 \end{bmatrix}$$

MEF2 DEG APPROX FUNC 21/20 PAUSE

Como aclaración complementaria, puede servir la matriz de los elementos que integran dicha matriz de rigidez.

La matriz [K] de Rígidez simbólica es:

$$\begin{bmatrix} k1[4, 4] + k2[1, 1] & k1[4, 5] + k2[1, 2] & k1[4, 6] + k2[1, 3] & k1[4, 7] + k2[1, 4] & k1[4, 8] + k2[1, 5] & k1[4, 9] + k2[1, 6] \\ k1[5, 4] + k2[2, 1] & k1[5, 5] + k2[2, 2] & k1[5, 6] + k2[2, 3] & k1[5, 7] + k2[2, 4] & k1[5, 8] + k2[2, 5] & k1[5, 9] + k2[2, 6] \\ k1[6, 4] + k2[3, 1] & k1[6, 5] + k2[3, 2] & k1[6, 6] + k2[3, 3] & k1[6, 7] + k2[3, 4] & k1[6, 8] + k2[3, 5] & k1[6, 9] + k2[3, 6] \\ k2[4, 1] & k2[4, 2] & k2[4, 3] & k2[4, 4] & k2[4, 5] & k2[4, 6] \\ k2[5, 1] & k2[5, 2] & k2[5, 3] & k2[5, 4] & k2[5, 5] & k2[5, 6] \\ k2[6, 1] & k2[6, 2] & k2[6, 3] & k2[6, 4] & k2[6, 5] & k2[6, 6] \end{bmatrix}$$

MEF2 DEG APPROX FUNC 21/20 PAUSE

Desarrollo paso a paso de los desplazamientos partiendo de la matriz de rigidez y del vector de cargas. La 1^a pantalla es la matriz de rigidez ampliada con el vector de cargas. Se triangulariza inferiormente dicha matriz y se resuelven las ecuaciones. Se han intercalado varias pantallas.

MEF2	DEG APPROX	FUNC 21/30	PAUSE
40e7	-6.00e5	0.00e0	0.00e0
97e7	0.00e0	-7.11e4	1.07e7
33e9	0.00e0	-1.07e7	1.07e9
90e0	8.40e5	0.00e0	2.40e7
.07e7	0.00e0	9.71e5	-1.07e7
97e9	2.40e7	-1.07e7	5.33e9
			0.00e0

MEF2	DEG APPROX	FUNC 21/30	PAUSE
CAMBIO FILA 3.			
[24000000. 10666667. 533333333. 0.]			

MEF2	DEG APPROX	FUNC 1/30	PAUSE
k4 =			
[840000. 0. 24000000. -61]			
0. 971111. 10666667. 0.]			
0. 10666667. 4647619048. 17]			
0. 0. 17142857. 41]			
0. -71111. -10666667. 0.]			
0. 10666667. 106666667. 24]			

MEF2	DEG APPROX	FUNC 1/30	PAUSE
RESULTA: NUEVA FILA 5.			
[0. 0. -9885584. 0. 965904. -9885584]			

MEF2	DEG APPROX	FUNC 1/30	PAUSE
k10 =			
[840000. 0. 24000000. -60]			
0. 971111. 10666667. 0.]			
0. 0. 4530456576. 171]			
0. 0. 17142857. 411]			
0. 0. -9885584. 0.]			
0. 0. 949504195. 240]			

MEF2	DEG APPROX	FUNC 1/30	PAUSE

MEF2	DEG APPROX	FUNC 1/30	PAUSE
Vector de cargas Trianangularizado [F]			
[10000.			
0.			
-285714.			
8224.			
-1511.			
-440482.]			

MEF2	DEG APPROX	FUNC 1/30	PAUSE
Ecuaciones Matriciales			
[840000. ·u2 - 600000. ·u3 + 24000000. ·u2 =			
971111. ·v2 - 71111. ·v3 + 10666667. ·v2 + 11			
17142857. ·u3 - 9885584. ·v3 + 4530456576.]			
346561. ·u3 + 37406. ·v3 + 20407158. ·u3 = 8:			
940296. ·v3 + 2. e-7 ·u2 - 10016390. ·u3 = -1:			
2. e-6 ·u2 + 3708804285. ·u3 = -440482.			

MEF2	DEG APPROX	FUNC 2/30	PAUSE
Se ha practicado la técnica de			
remonte de abajo hacia arriba			
resultando las soluciones una tras una			
La solución al sistema planteado			
que son los desplazamientos es:			
u2 = .0387 and u3 = .0310 and v2 = .0029 a]			

MEF2	DEG APPROX	FUNC 12/30	PAUSE
DESPLAZAMIENTOS NODALES			
nudo1 nudo2 nudo3 nudo4			
0.000000 .038697 .031034 0.000000			
0.000000 .002872 -.002872 0.000000			
0.000000 -.000162 -.000119 0.000000			

Finalmente, especificar dos errores de este problema encontrados en el libro. El elemento de la matriz de rigidez local 3 en la fila 6^a, columna 3^a no es 1.6 E7, sino 1.6 E9. Igualmente el elemento de la matriz de rigidez global 3 en la columna 4^a, fila 4^a hay que cambiar de 2.4 E 7 a 2.4 E5, y en la fila 6^a de la misma columna pasaría de 2.4 E7 a -2.4 E7, tal como muestran las pantallas siguientes, en formato de presentación decimal parecido al empleado en el libro.

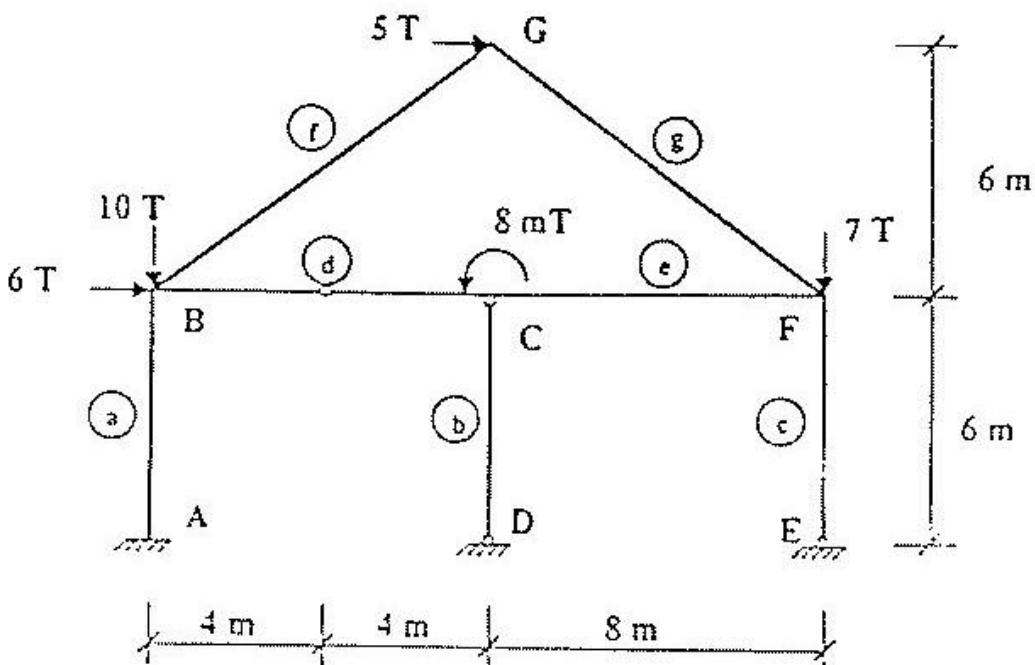
MEF2	DEG APPROX	FUNC 12/30	PAUSE
Matriz local $[k'](3)$ calculada			
9.e5	0.e0	-9.e5	0.e0
0.e0	2.4e5	2.4e7	0.e0
0.e0	2.4e7	3.2e9	0.e0
-9.e5	0.e0	9.e5	0.e0
0.e0	-2.4e5	-2.4e7	0.e0
0.e0	2.4e7	1.6e9	0.e0

MEF2	DEG APPROX	FUNC 12/30	PAUSE
Matriz global $[K](3)$ calculada			
2.4e5	0.e0	2.4e7	-2.4e5
0.e0	9.e5	0.e0	-9.e5
2.4e7	0.e0	3.2e9	-2.4e7
-2.4e5	0.e0	-2.4e7	2.4e5
0.e0	-9.e5	0.e0	9.e5
2.4e7	0.e0	1.6e9	-2.4e7

PROBLEMA N° 3.

Problema nº 5 de los ejercicios de la 1^a parte del libro "Teoría General del MEF", de Juan José Benito y Ramón Álvarez, ETSII- UNED, y también hoja nº 95 de problemas del 2º parcial enviado por profesores de Análisis de Estructuras.

Plantear la ecuación $P=K*d$ para la obtención de los movimientos en todos los nudos, para la estructura reticulada plana que se indica en la figura.



Datos para todas las barras:

Sección constante $A = 0,30 * 0,50 \text{ m}^2$; módulo elasticidad $E = 2,0 * 10^6 \text{ T/m}^2$