FINTERPO 2.1

Funciones de interpolación para análisis de problemas de tensión y deformación plana con elementos monodimensionales, triangulares y rectangulares, placa plana y cuerpo axilsimétrico, por el

Método Matricial de los Elementos Finitos.

© 2.003-10 José Manuel Gómez Vega. ETSII – UNED.
ingenieroindustrialmecanico@gmail.com
gomezvega@hotmail.com

http://members.fortunecity.es/etsii/

Manual de usuario en castellano del programa para las supercalculadoras

Texas Instruments 92 plus /

Voyage 200,

ÍNDICE.

1.-Presentación.

El programa **Finterpo v.1.1** realiza cálculos numéricos y simbólicos de elementos estructurales en dos dimensiones a nivel académico de ingeniería o arquitectura mediante el método de la rigidez, PASO A PASO una vez realizados todos los cálculos internamente. Abarca elementos monodimensionales (dos, tres, cuatro nodos y definido por el usuario), triangulares (tres, cuatro, seis o diez nodos), rectangulares (cuatro, cinco, seis, ocho, nueve, doce nodos o con dos subelementos triangulares), elementos placa plana, elementos de cuerpo axilsimétrico (triangular o rectangular).

El autor de Finterpo v.1.1 es José Manuel Gómez Vega, ingeniero industrial en mecánica de máquinas. Todas las rutinas y subprogramas son copyright del propio autor y **esta versión es para uso libre y gratuito**, con el fin de permitir el desarrollo de cálculos entre los estudiantes de Análisis de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos dentro de las carreras técnicas. Sin embargo **está prohibida la alteración o modificación de cualquiera de los programas que integran Finterpo sin el consentimiento previo del autor, así como la distribución del mismo con fines lucrativos en cualquier formato**. La inclusión del programa en páginas de Internet para divulgarlo es libre, aunque agradecería una comunicación mediante E-mail para mi conocimiento.

La presentación es inmejorable, realiza los procesos paso a paso y los cálculos pueden hacerse de forma numérica o simbólica. Junto a los cálculos numéricos o con variables simbólicas siempre van asociadas en las respuestas las fórmulas o ecuaciones genéricas, que sirven de ayuda para la comprensión de lo calculado de forma inmediata o posterior. Evidentemente, el conocimiento previo teórico del cálculo matricial de estructuras para elementos de este tipo es indispensable para la comprensión de lo que va haciendo el programa aún siendo explícitamente clarificador.

Los cálculos obtenidos se pueden cambiar entre las diferentes presentaciones de modos: decimales (FIX, FLOAT), exactitud (AUTO, EXACTO, APROXIMADO) y exponencial (NORMAL, CIENTÍFICO, INGENIERÍA), de tal forma que siempre y en cualquier momento podemos cambiar la presentación de cualquier resultado y luego volverla a poner como se quiera y esto por supuesto dentro del programa y sin salir del mismo, repitiendo la operación cuantas veces se desee hacer.

En todo momento se ha pretendido hacer un programa de objetivo múltiple, pues abarca un sinfín de problemas de este campo de las estructuras, de tal forma que se pueden conseguir incluso obtener funciones de forma (o de interpolación), mediante la introducción por parte del usuario de ciertos puntos, que en un problema manual tendríamos que hacerlo aparte: este programa lo calcularía internamente.

Finterpo v.1.1 permite corregir todo y cada uno de los datos en cualquier momento, pudiéndose recalcular resultados sobre los ya existentes, reintroduciendo el mínimo de información.

Como idea previa de la potencia del programa se dirá que la filosofía en la elaboración del mismo ha sido "**hágase un programa para resolver problemas de elementos estructurales *paso a paso***". Programas de elementos estructurales para calculadoras hay muchos, pero como éste, según podrá apreciar el usuario, no hay nada parecido. Además en este campo concreto de elementos estructurales por el M.E.F no he visto ninguno.

Esto se puede resumir en grandes cualidades que posee:

1) Presenta en menús todos los cálculos pormenorizados con las fórmulas en su forma matemática natural.
2) Pueden hacerse cálculos manteniendo ciertas variables simbólicas y otras con valores numéricos, o bien todas con valores numéricos o

todas con variables simbólicas. Es un programa versátil, admite todo tipo de cálculo.

3) Puede calcular las integrales definidas y las numéricas de valores como [K], [B], etc. Los tipos de puntos que se elijan para el cálculo de la integral numérica son seleccionables.

Evidentemente, la información se ofrece si se requiere, por lo que está presentada en cómodos menús. El programa ya ha calculado todo el problema cuando presenta el Menú de Resultados, excepto la matriz de rigidez [K] debido a que en algunos casos tarda un rato, además de los valores de integración numérica de varias variables.

El programa está preparado para no admitir ciertos valores, o bien dirigir a otra parte para que no se produzca una salida indeseada. Aún así pueden existir situaciones no descubiertas que origine una interrupción por entrada errónea; sin embargo, se ha puesto el máximo empeño en que esto no suceda, aun a costa de sacrificar algo la rapidez de ejecución de los cálculos y el alargamiento del grupo de programas que conforman **Finterpo**. No obstante cabe advertir que el grado de robustez de este programa queda lejos de otro gran programa realizado por mí como es **Anesmef.** No se han tenido ciertas precauciones en la introducción de datos, como por ejemplo, definir b o c como valores de posición de coordenadas, que dará error pues b y c son matrices de cálculo.

Este programa calcula problemas-tipo a los estudiados en Análisis de Estructuras por el Método Matricial de Elementos Finitos en el nivel de 4º curso de la carrera de Ingeniería Industrial por la Universidad Nacional de Educación a Distancia de España.

El autor ha dedicado mucho tiempo a la elaboración del mismo y piensa que es una versión definitiva. Considero, no obstante que si se descubre algún error, será mejorado.

Anterior	2.-Garantía.	Siguiente

2.-Garantía.

Durante las innumerables pruebas realizadas en el programa final y en los proyectos previos he corregido numerosos errores. Es posible que exista algún error oculto más, por lo que si alguien lo encuentra le agradecería enormemente lo comunicara a la siguiente dirección:

gomezvega@hotmail.com

detallando sufientemente el tipo de error para poder corregirlo.

Puedo garantizar que con este programa nunca he tenido un cuelgue general de memoria con necesidad de vaciar la memoria (resetear) de la calculadora (¡y menos mal pues trabajaba con todos los subprogramas no archivados para comprobar los errores, lo que me hubiera llevado a la destrucción de dichos programas, a pesar de que regularmente hacia copias de seguridad en el ordenador!) y ello debido a que trabajo mejor con la calculadora que con el emulador.

El programa no tiene garantías, se presenta *tal cual*. El autor no se responsabiliza de cualquier problema surgido al manejar el grupo de programas de Finterpo, no se hace cargo de ningún daño causado por pérdida de datos o de error en el manejo de los mismos. Se recomienda hacer una copia de seguridad de la calculadora antes de instalarlo o bien, probarlo antes con un emulador para la calculadora como el programa emulador Vti 2.5 (o versiones mejoradas).

Anterior

3.-¿Qué hace FINTERPO v. 1.1?

Siguiente

Aunque ya se ha comentado antes, el programa efectúa cálculos de elementos estructurales aplicando la metodología del Método de los Elementos Finitos. La aplicación del método debería ser conocido por el usuario, pues este programa calcula elementos estructurales pero no enseña el método, aunque muestre los resultados paso a paso y con muchos detalles, con lo que un estudiante de Estructuras que no haya visto esta parte del temario es preferible que no use el programa hasta que no estudie un manual de dicho procedimiento de cálculo. El libro en el que me basé para el estudio de este apartado es: "Teoría General del M.E.F", editorial UNED, de D. Ramón Álvarez y D. Juan José Benito y un grupo de ejercicios de exámenes de cursos anteriores. No me basé en ninguna otra bibliografía.

En el programa es preciso dar información mediante datos que se introducen cuando se requiere. He intentado poner los menús lo más cómodamente posible para que no existan errores de mala interpretación a la hora de efectuar los ingresos de los datos.

Finterpo, en definitiva, calcula problemas numéricos y simbólicos de elementos estructurales ofreciendo la posibilidad de realizar el proceso paso a paso, siguiendo los procedimientos de los menús de resultados que incorporan las fórmulas en presentación "pretty print" (modo de presentación matemático natural).

Anterior	## 4.- Historia del programa. Por qué se decidió hacer.	Siguiente

El programa lleva ya muchas mejoras, aunque hasta ahora no ha visto la luz. Se me ocurrió pensando en hacer los problemas de la asignatura de Análisis de Estructuras de la ETSII de la UNED de la parte final del 2º parcial. Empecé a gestarlo en abril del 2004 y desde entonces he mejorado muchas cosas, tantas que sería incapaz de reproducirlas. Lo que sí que me llamó la atención era la inexistencia de programas para la TI 92 plus que me valiesen para mis propósitos: entonces decidí hacer yo el programa.

Este programa es *multiproblema*: permite trabajar con varios problemas en la memoria de la calculadora. El paso de uno a otro es muy sencillo, y los problemas se pueden archivar en un ordenador personal. Las carpetas de almacenamiento de problemas comenzarán con Fint y pueden tener 4 letras ó números, que son realmente carpetas de la calculadora generadas por el usuario, donde se introducen (o generan) los datos básicos para realizar los cálculos. La cantidad de problemas en la calculadora depende de la extensión de los mismos y de la memoria de la calculadora.

Este programa se terminó en noviembre de 2.008. Tan sólo quedaba por realizar el manual y algunos pequeños retoques en el código del programa.

Anterior	## 5.-Instalación, memoria, uso.	Siguiente

El programa se instala en la carpeta FINTERPO. La instalación se realiza manualmente mediante el envío de 3 archivos de grupos de programas. El programa FITPDEL algunos de los datos introducidos en la memoria para los problemas en las carpetas Fint # # # # , pero no borra los programas que necesita FINTERPO. Debido a la gran cantidad de problemas diferentes que puede calcular, pueden aparecer bastantes variables en memoria. No he tenido el tiempo suficiente para actualizar el programa de borrado FITPDEL, por lo que mi mayor recomendación sería usar VAR-LINK, seleccionando el problema en memoria y borrarlo así. En este caso, es lo mejor. No obstante, si se emplea el programa de borrado hará compatible el nuevo problema con los nuevos datos pues si queda alguno en memoria no será crítico. Los requisitos de memoria son bastante exigentes. Este programa ofrece todos los cálculos de manera pormenorizada, por lo que necesita una enorme cantidad de datos (y por ende unos mayores recursos de memoria).

Para tener la máxima capacidad de memoria se deben archivar todos los subprogramas en la carpeta FINTERPO. El grupo de archivos se presenta en 1 carpeta de grupo: *Finterpo*

La instalación detallada del programa es como sigue:

1. Si se instala en la calculadora:

El grupo de archivos se envía a la calculadora. Si aparecen con la protección LOCK, vaya a VAR-LINK, los seleccionamos todos y le damos a UNLOCK (F1 y tecla 7). Seguidamente para archivar vaya a VAR-LINK y seleccione mediante F4 la carpeta FINTERPO, y luego F1- y la tecla 8 (Archive).

2. Si se instala en el emulador Vti 2.5 (u otro similar):

Se puede proceder como lo dicho para la calculadora o bien cargar el estado *Finterpo.sav* que contiene en la memoria todos los programas listos para ejecutarse en el emulador, directamente.

Los programas están protegidos contra escritura mediante el programa PROT92P (Protector 92+ v1.0), conseguido en la página de http://www.ticalc.org/pub/92plus/ , por lo que una vez realizadas las operaciones anteriores si intentamos ejecutar el programa *Finterpo* () (y *ENTER*) aparecerá en pantalla el mensaje "*Internal Error*". Para finalizar con la instalación deberemos hacer un *Reset* a la calculadora no sin antes tomar la precaución de realizar una copia de seguridad de todos los programas y datos que hay en la calculadora, o bien un archivado general de todos estos programas previos, pues en caso contrario se borrarán de la memoria. Una vez realizado lo antedicho, la forma válida única de proceder a hacer el *Reset* es presionar y mantener pulsadas las teclas 2nd + Lock (Hand) + On. Tras realizar dicha operación, ya se puede correr el programa normalmente, y si los programas previos fueron archivados permanecerán en memoria mientras que todo lo que no fuese archivado se borrará, por lo que se debe prestar especial atención a que esto no ocurra, habiendo de tomar todo el tiempo necesario para no perder datos por despiste o prisas.

Gracias al programa Prot92P los subprogramas corren adecuadamente, pues de lo contrario ralentizarían su ejecución y habría que hacer un archivado manual una vez ejecutado cada uno de los subprogramas. Realmente la opción de incluir la protección ha sido mayormente por esto, pues otras alternativas eran peores.

Anterior	6.-Sistema de coordenadas y convención de signos.	Siguiente

Normalmente se sigue en la numeración de los nodos el sentido antihorario que confiere a las matrices un giro positivo, es decir, que sus términos son los reales con sus signos correspondiente. Si establecemos arbitrariamente el sentido de giro horario, sucede que, por ejemplo, en la matriz de rigidez [K], cada uno de los términos tiene el signo contrario, o dicho de otra forma, la matriz está multiplicada por (-1). No obstante en elementos rectangulares con dos subelementos triangulares he dado la posibilidad de elegir el sentido. El motivo no es otro que la observación de un problema en el que el sentido de los nodos era caótico: un triángulo tenía los nodos orientados en sentido antihorario y el otro en sentido horario.

Por otra parte, en elementos rectangulares (por ejemplo) de más de 4 nodos, se indican las diferentes posibilidades de ubicación del resto de nodos superiores a 4. Para elementos triangulares de más de 3 nodos, se da la posibilidad de elegir los nodos correlativos o alternados, según los nodos referencia de los vértices.

Como el caso de los elementos rectangulares de dos subelementos triangulares es algo complejo, he dedicado un problema resuelto para aclarar cómo se calcularía, pues la numeración de los nodos puede ser problemática si no se explica bien en este caso. Podría haberlo hecho de otro modo, pero ésta fue la forma más económica de cálculo posible. Se detallará.

Anterior	7.-Unidades empleadas.	Siguiente

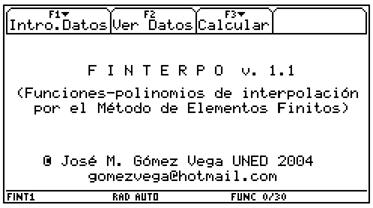
Se puede emplear cualquier sistema de unidades siempre que estén en coherencia entre las mismas. He optado por no incluir sistemas de unidades en los menús de introducción de datos.

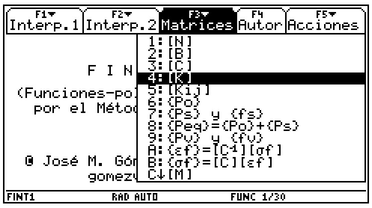
Si un usuario tiene un problema en el que aparece (por ejemplo) el módulo elástico E en unidades de kg/cm^2 , y las distancias nodales en metros, puede pasar las distancias a cm o bien el módulo E a T/m^2 . Olvidarse de esto, evidentemente, da lugar a resultados inesperados e incorrectos que el programa no puede detectar, por lo que siempre habrá que tener cuidado en la introducción de datos consistentes en unidades.

Anterior

8.- Utilizando Finterpo con ejemplos.

Siguiente





Finterpo en acción. Videos de ejecución del programa

Preparativos antes de comenzar a introducir datos...

El problema de cálculo debe ser dibujado en un papel, debiendo aparecer los elementos, los nodos, sus distancias, cargas, coeficientes, para pasarlos al programa y en los términos de la calculadora. De momento, los elementos y los nodos deben ser términos numéricos. No se debe olvidar pasar todo a un sistema de unidades y a sus múltiplos o submúltiplos correspondientes. Empiécese a observar esto ANTES DE INTRODUCIR LOS DATOS EN LA CALCULADORA.

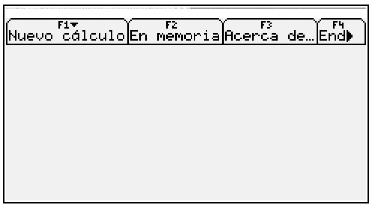
Arrancando el programa. Menú de Inicio...

Comencemos un nuevo problema: necesitamos introducir los datos. No indicaremos ahora un problema particular, pues las indicaciones son para manejar el programa y ningún tipo de problema cubre todas las opciones disponibles, por lo que lo siguiente es una descripción general de los menús y el funcionamiento de Finterpo.

En la línea de entrada de la pantalla Home se pone: finterpo\finterpo(). La carpeta de partida puede ser cualquiera. Nos encontramos con el Menú de Inicio.

Menú Inicio

Nada más arrancar el programa y tras pasar la pantalla de presentación, se ofrece lo siguiente:



que es la pantalla de presentación del programa.

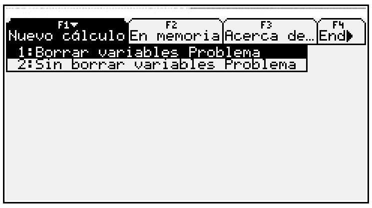
En la barra de Menú de Inicio hay 4 opciones:

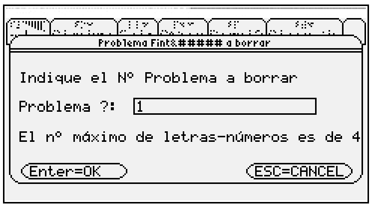
F1 Nuevo cálculo	F2 En Memoria	F3 Acerca de...	F4 End

F1 Nuevo cálculo:

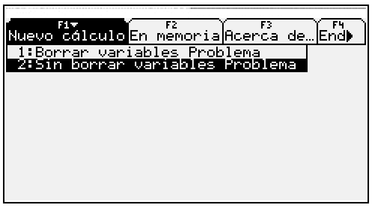
1. Borrar variables Problema. Seleccionando esta opción se borran las variables del problema (es necesario que haya alguno guardado previamente en memoria).

2. Sin borrar variables Problema. Se inicia un problema sin borrar ninguno previo, un problema nuevo.





Si el problema en memoria no existe, comenzará un nuevo problema. En caso de que si exista lo borrará.



F2 En memoria:

1. Recalcular todo. Se recalcula todo nuevamente con los datos en memoria (si los hay, pues en caso que no, se deberá introducir un nuevo problema)

2. Directo a resultados. Se pasa directamente a resultados. Esta opción es únicamente válida si existen datos guardados, por lo que un mensaje aparecerá invitando a hacer un nuevo cálculo si no los hubiere.

F3 Acerca de...: Detalle del programa, versión y del autor.

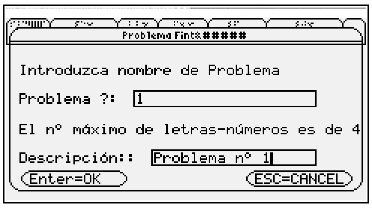
F4 Salir: Sale del programa.

Seleccionando nombre para el problema...

Hay que elegir un nombre para el problema. Serán del tipo Fin # # # # #, donde cada valor de los 5 # pueden ser números o letras. El programa nos dirá si el problema elegido es válido o ya está en memoria (y habrá que elegir otro).

Todos los datos de problemas se ubicarán en una carpeta que se definirá a continuación. Los cálculos se harán en **PROBLEMAS.** Un problema es una carpeta con la denominación FIN&# # # # #, donde los 5 espacios están reservados para números y letras que definirán el problema. Si un nombre de carpeta de problema es no permitido, el programa lo advertirá indicando que se introduzca uno correcto. Una vez calculado el problema, se puede pasar al ordenador o mantener en la calculadora con otros problemas. Los archivos de cada problema son los mínimos para mostrar todos los datos y una vez cargados en memoria, los resultados se ofrecen en un segundo, que es lo que se tarda en ir al Menú Resultados desde el comienzo. Se puede dar una breve descripción del problema para recordar de donde se ha obtenido (libro, examen,...). Se almacena en la variable *info.*

Ejemplos de Problemas (son carpetas de TI 92 plus, máximo 8 caracteres)	Ejemplo de Descripción (en variable *info*)	Introducción en la calculadora
Fin1	Problema nº 1 de examen de Análisis de Estructuras, febrero 2004 (1a. semana)	1



Seleccionando el tipo de estructura...

Una vez seleccionado el nombre del problema (en el ejemplo de la fig. anterior sería Fin1), aparecerá la siguiente pantalla con el siguiente

<u>Menú de cálculos de FINTERPO</u>.

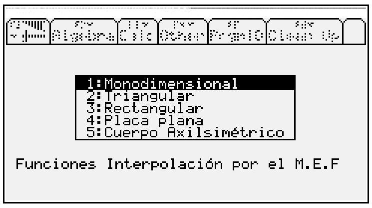
.

1. Interpolación M.E.F.
2. Generador Ni triángulos.
3. Ni Triangular cuadr. 6 N.
4. Ni Cuadrado 9 nodos (serend.)
5. Func aproxim-Integrac Numérica.

Pasemos directamente a describir los menús con ejemplos.

1. Interpolación M.E.F.

Tras pulsar o seleccionar esta opción aparece en pantalla lo siguiente:



Debe elegir entre las siguientes formas geométricas:

1. Monodimensional.
2. Triangular.
3. Rectangular.
4. Placa plana.
5. Cuerpo Axilsimétrico.

1. Monodimensional.

Ejemplo 1.

Obtener razonadamente las funciones de interpolación en coordenadas naturales ξ correspondientes al elemento isoparamétrico barra de celosía de tres nodos indicado en la figura, así como la matriz [B] de deformaciones-desplazamientos nodales, calculando el jacobiano de la transformación.

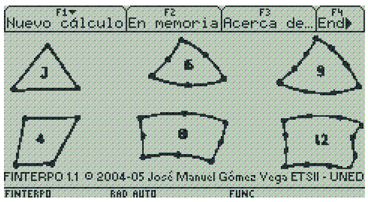
Se recuerda que el operador diferencial de relación deformaciones-desplazamientos es en este caso:

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x}$$

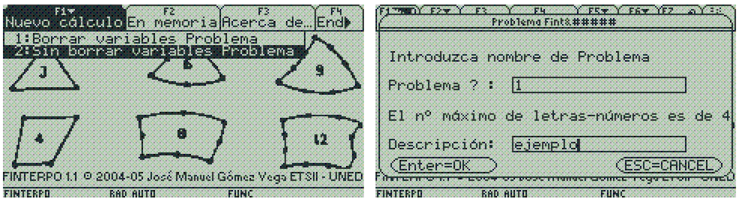
(Problema nº 13 de "Teoría General del MEF" de la UNED).

Solución con FINTERPO.

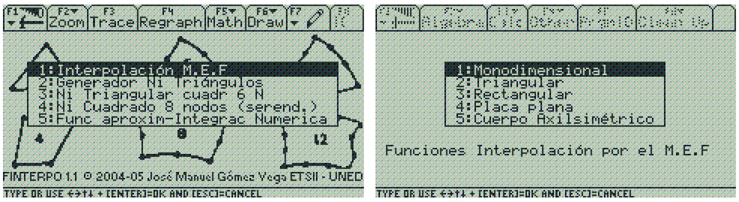
Pantalla de presentación:



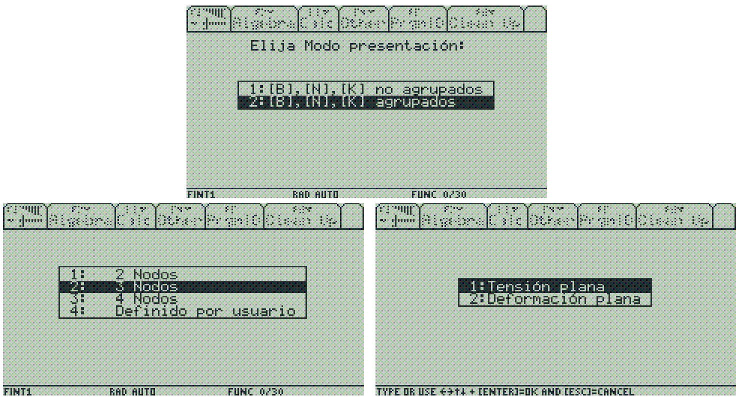
Introducción del problema sin borrar variables de problema anterior:



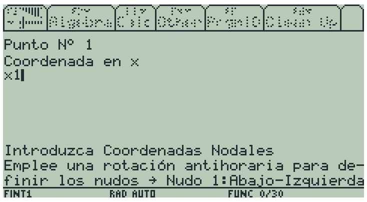
Elegimos interpolación MEF monodimensional:

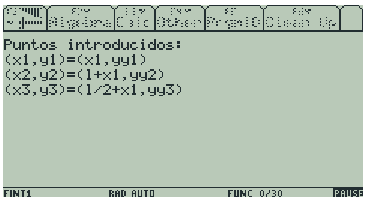


Introducimos las coordenadas y vemos los puntos introducidos.

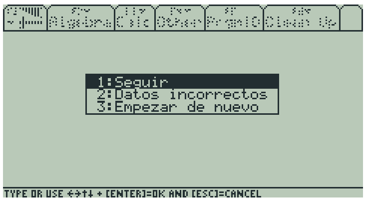


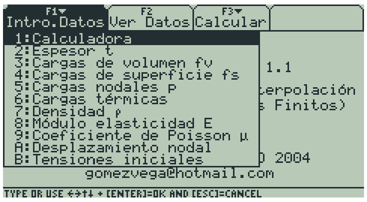
En este caso al tratarse de un elemento monodimensional, (elemento barra), las coordenadas en y son ignoradas:

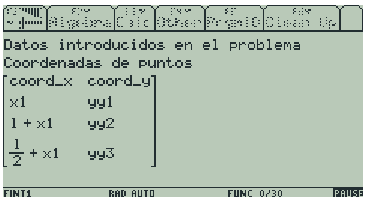




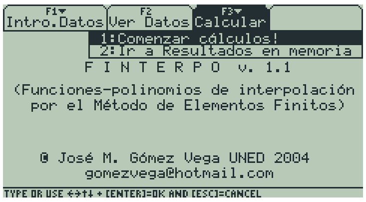
Seguimos, aunque podemos volver a introducir datos o empezar de nuevo.



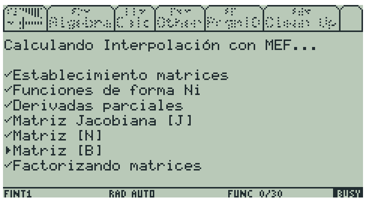




En este problema no hay que introducir más datos por lo que comenzamos los cálculos:

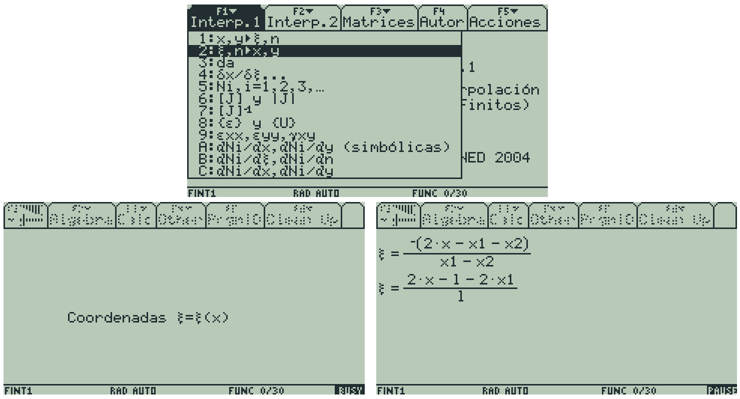


El programa empieza a calcular y se observa en pantalla el proceso:

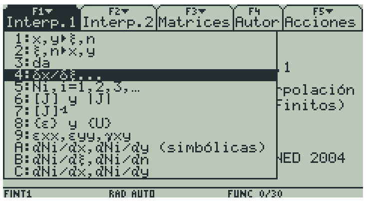


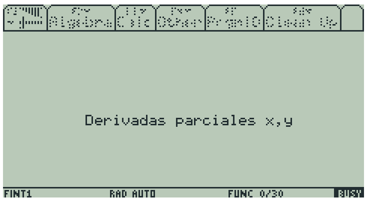
Cálculo de las coordenadas cartesianas en función de las coordenadas naturales:

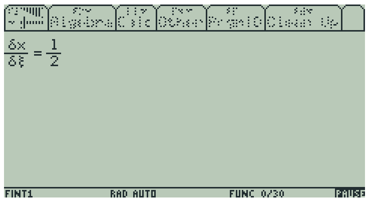
Cálculo de las coordenadas naturales en función de las coordenadas cartesianas:

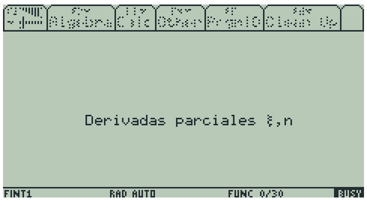


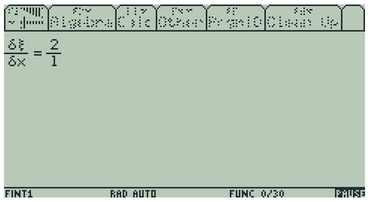
Cálculo de las derivadas parciales de las coordenadas:



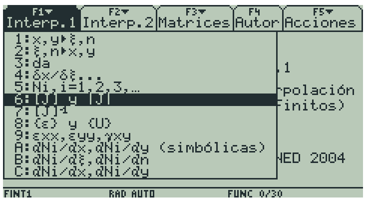


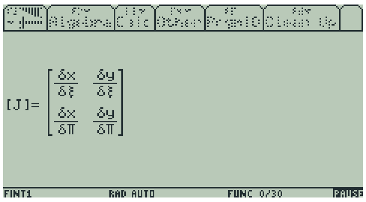


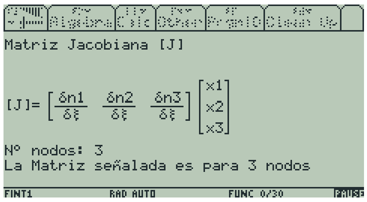


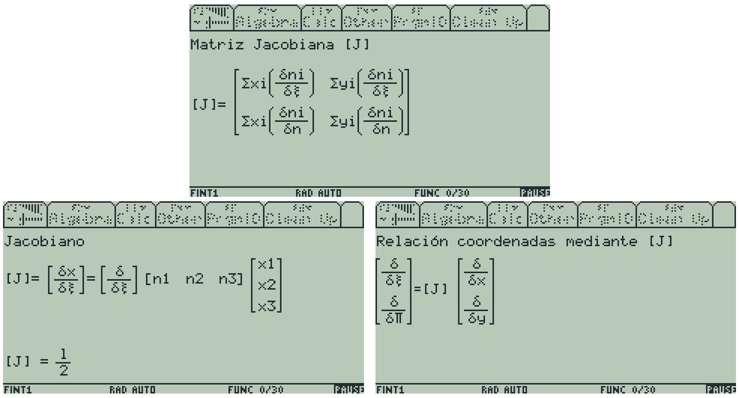


Matriz jacobiana y determinante jacobiano.
En este caso la matriz jacobiana coincide con su determinante por tener solo un término:

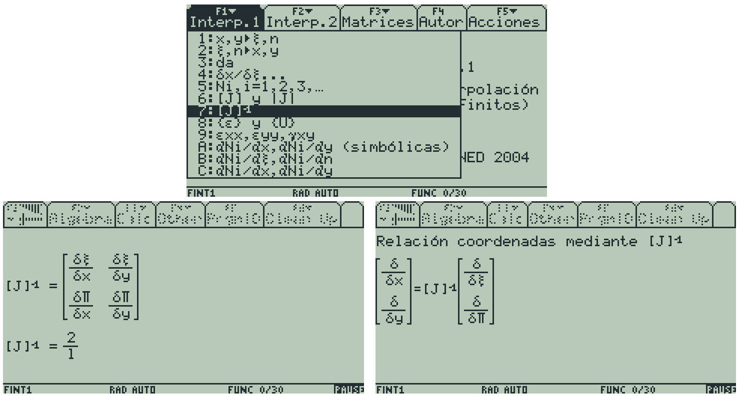




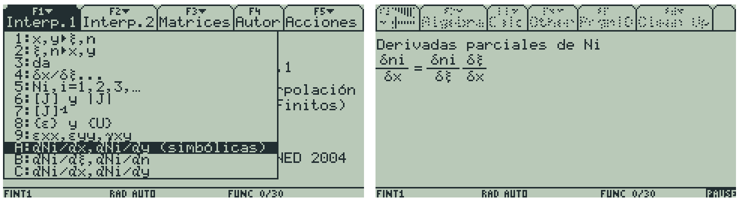




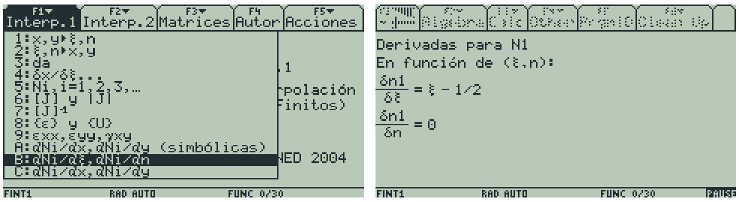
Cálculo del inverso de la inversa de la matriz jacobiana:



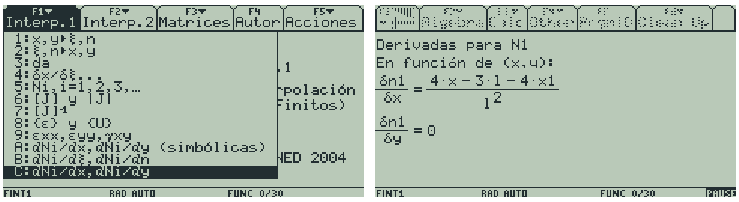
Cálculo de las derivadas parciales simbólicas de las funciones de forma Ni:



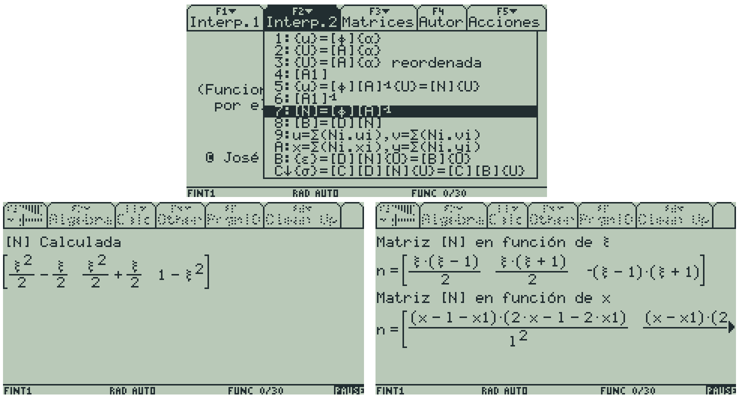
Cálculo de las derivadas de las funciones de forma en sus coordenadas naturales. Sólo se muestra para N1:



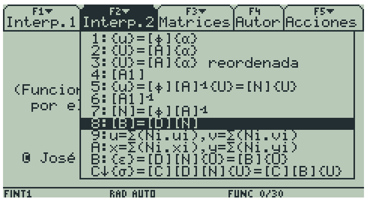
Cálculo de las derivadas de las funciones de forma en sus coordenadas cartesianas. Sólo se muestra para N1:

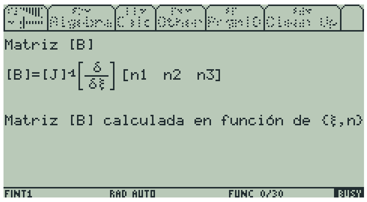


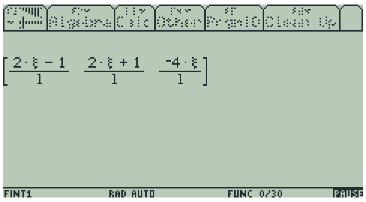
Matriz [N] calculada en coordenadas naturales y en coordenadas cartesianas:



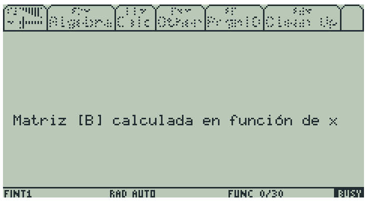
Matriz [B]:

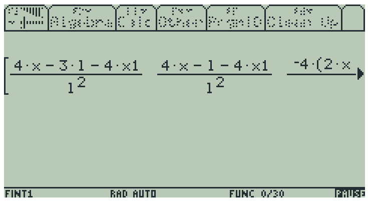


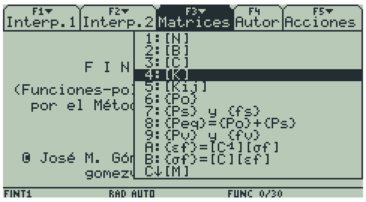


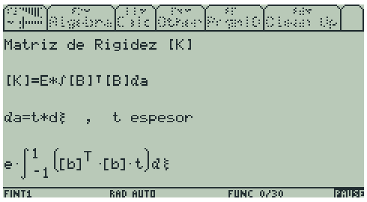


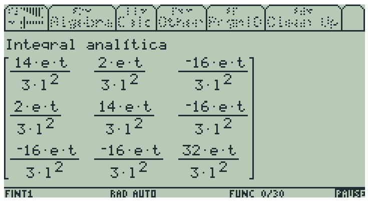
Matriz [K]:







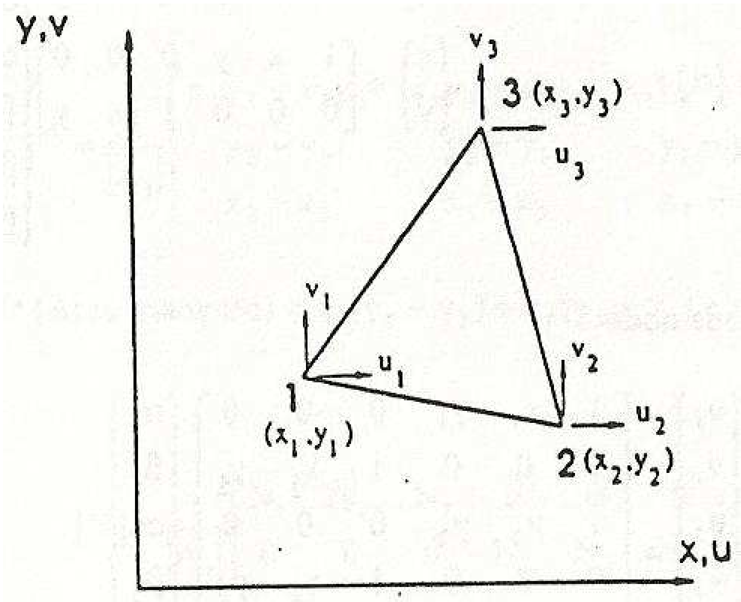




2. Triangular.

Ejemplo 2.

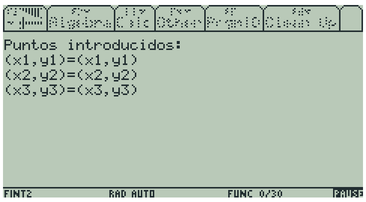
Obtener razonadamente los términos K_{22} y K_{23} de la matriz de rigidez del elemento triangular de material isótropo y espesor constante t que se indica en la figura en el caso de tensión plana y utilizando interpolación lineal

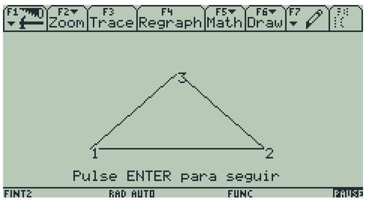


(Problema nº 8 de "Teoría General del MEF" de la UNED).

Solución con FINTERPO.

Elegimos interpolación MEF triangular y con tensión plana. Tras introducir las coordenadas de los nodos, se dibuja el triángulo genérico. Obsérvese que en la imagen el triángulo es equilátero, pero no tiene porqué. El dibujo refleja los nodos:

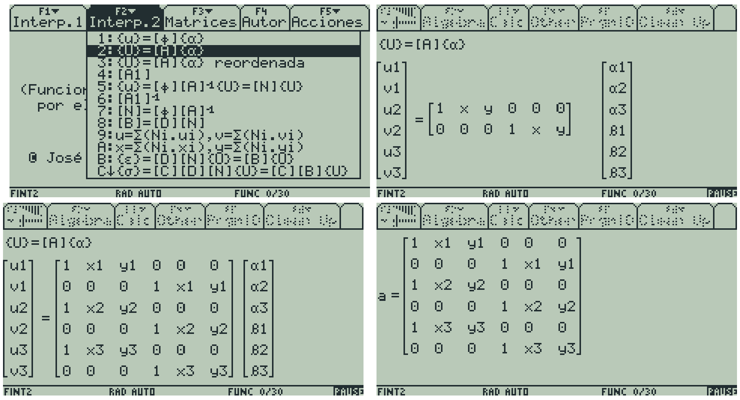




Como no hay que introducir más datos ya que se trabaja en valores simbólicos, vamos a calcular directamente la interpolación lineal:

$$\begin{bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha 1 \\ \alpha 2 \\ \alpha 3 \\ \beta 1 \\ \beta 2 \\ \beta 3 \end{bmatrix}$$

Particularizando para cada nodo, tenemos:

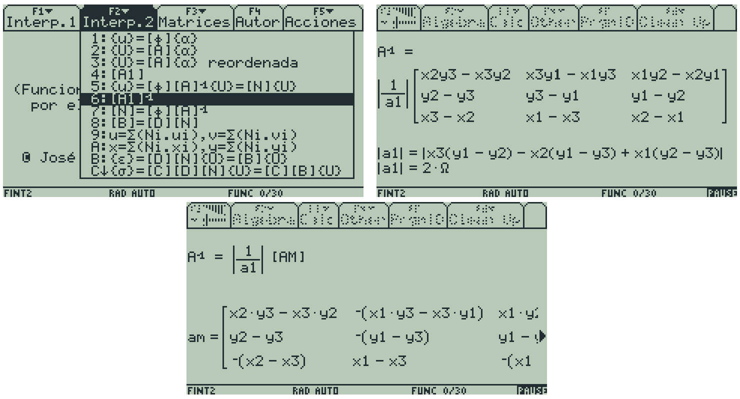


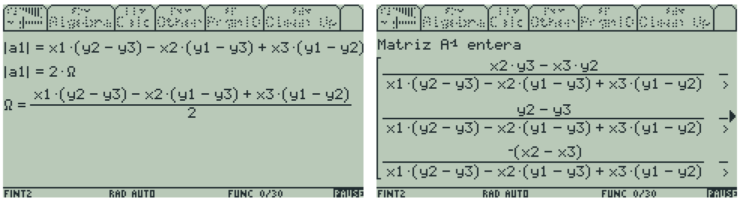
$$\begin{bmatrix} u1 \\ v1 \\ u2 \\ v2 \\ u3 \\ v3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x1 & y1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x1 & y1 \\ 1 & x2 & y2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x2 & y2 \\ 1 & x3 & y3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x3 & y3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha 1 \\ \alpha 2 \\ \alpha 3 \\ \beta 1 \\ \beta 2 \\ \beta 3 \end{bmatrix}$$

Y reordenando las matrices, queda:

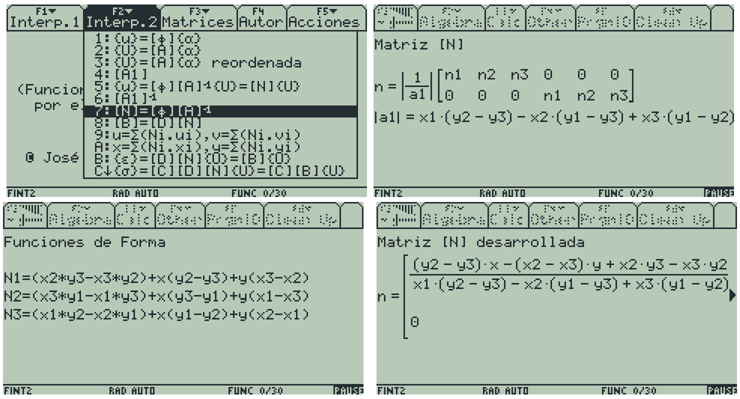
Entonces, también podemos escribir:

La inversa de la matriz A1 y su determinante:
(La última pantalla reflejaría el cálculo según los valores de las coordenadas, pero en este caso hemos empleado los valores simbólicos).

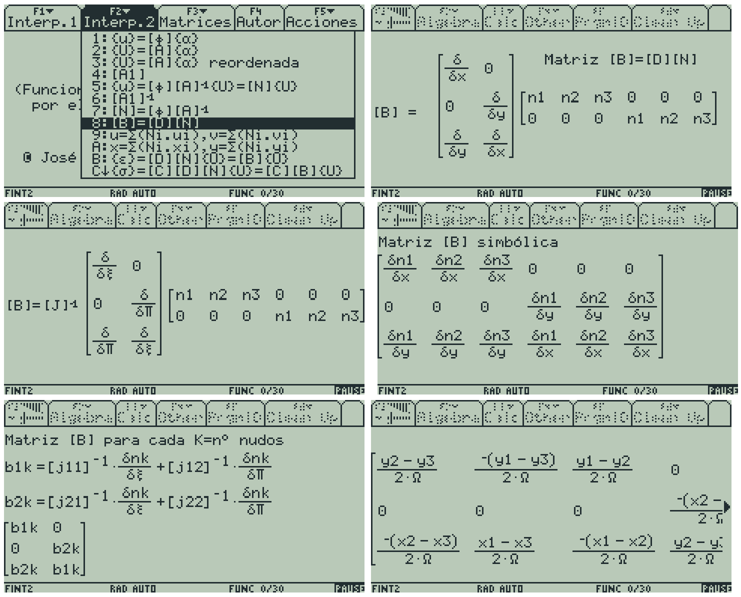


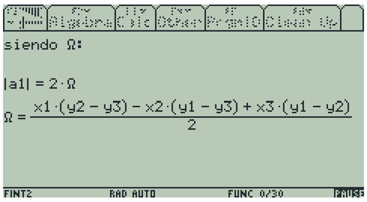


Matriz [N]:



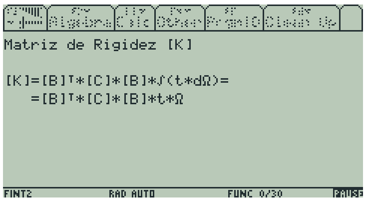
Matriz [B]:

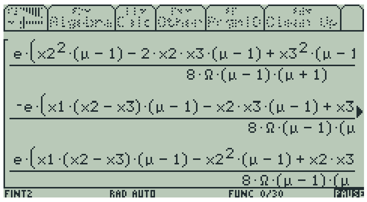




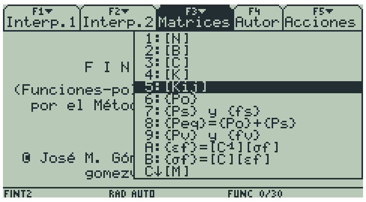
Matriz de rigidez [K]:

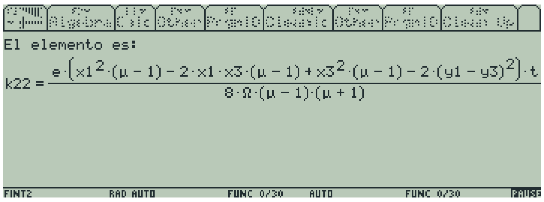
A la hora de calcular componentes de la matriz K siempre se debe calcular primero la propia matriz. En este caso y ddo que se trabaja con valores simbólcios el cálculo tarda bastante, pero al final arroja los resultados. Obsérvese que la diferencial dv no es más que el espesor t multiplicado por la diferencial del área y que la integral finalmente es simple:



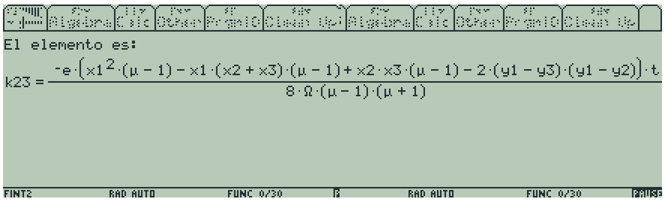


Componente K_{22}:





Componente K_{23}:



Nótese que estos valores para las componentes son los mismos que los calculados en el texto salvo que la expresión está escrita de otra forma.

Ejemplo 3.

Calcular la matriz de rigidez y el vector de cargas para el elemento bidimensional con interpolación lineal en tensión plana de la figura, si además de las cargas indicadas está sometido a un incremento de temperatura de 50 ºC.

DATOS:

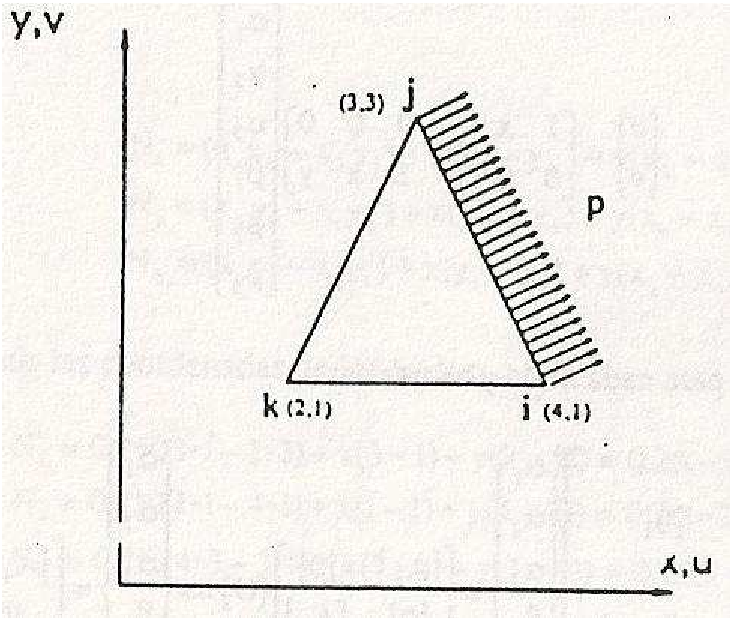
$E = 2{,}1 * 10^6$ kg/cm^2

$\mu = 0{,}3$

Espesor $t = 0{,}2$ cm

$p = 100$ kg/cm^2

$\alpha = 2 * 10^{-6}$ cm / ºC

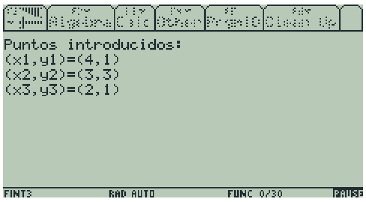


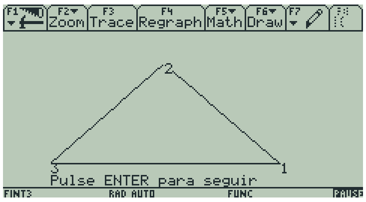
(Problema nº 12 de "Teoría General del MEF" de la UNED).

Solución con FINTERPO.

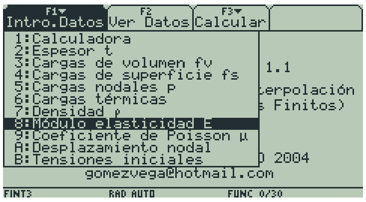
En este caso las matrices no estarán agrupadas.

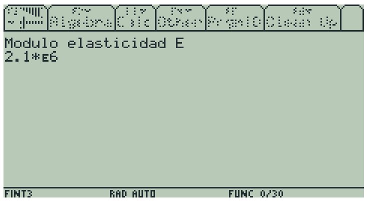
Puntos introducidos y dibujo con los nodos:



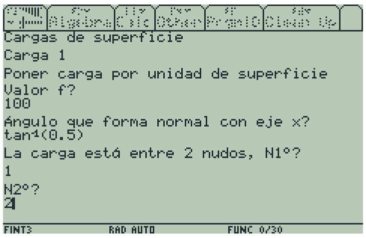


Introducimos los datos. Ejemplo de cómo se introduce el módulo de elasticidad:

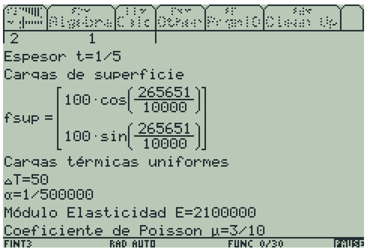




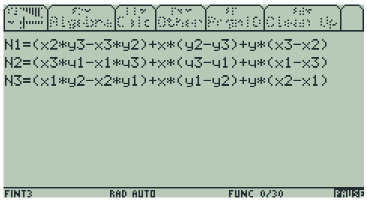
Para introducir la fuerza por unidad de superficie se tiene en cuenta el ángulo que forma la normal de los vectores de carga con la horizontal. Según las dimensiones del triángulo se obtiene que el ángulo que forma el lado horizontal con el que está cargado es de 63,43º, luego el ángulo buscado es 26,57º, es decir, arctan (0,5). También se especifica entre que nudos está la carga:

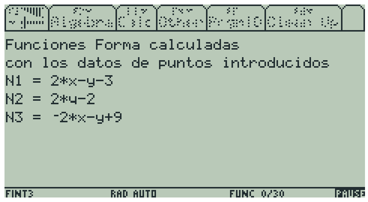


El resto de datos ya introducidos:

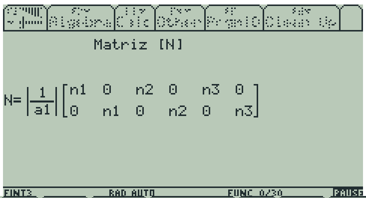


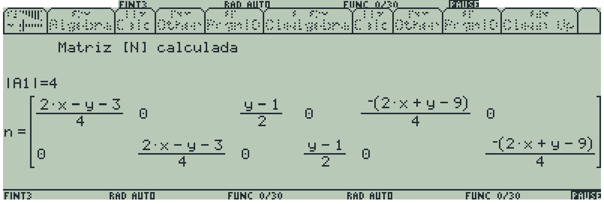
Funciones de forma Ni:



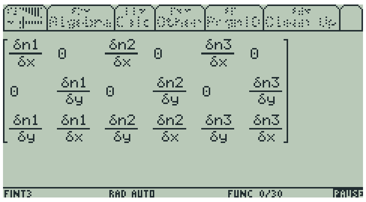


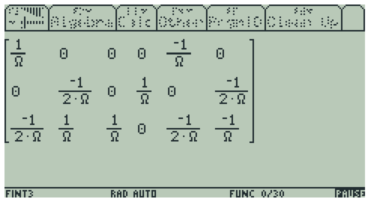
Matriz [N]:

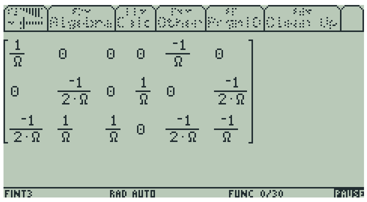


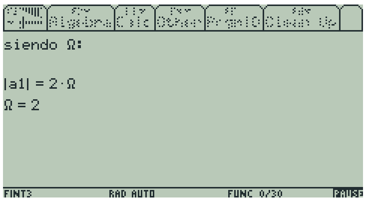


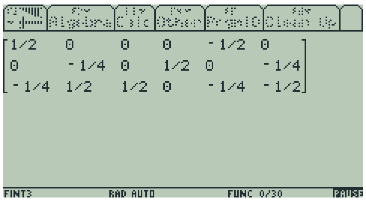
Matriz [B]:





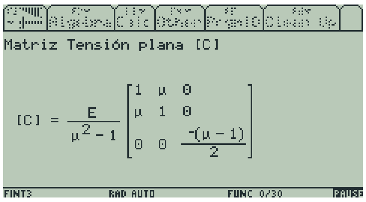


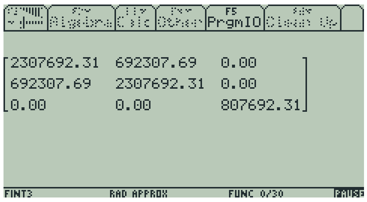


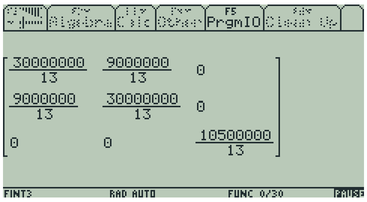


Matriz [C]:

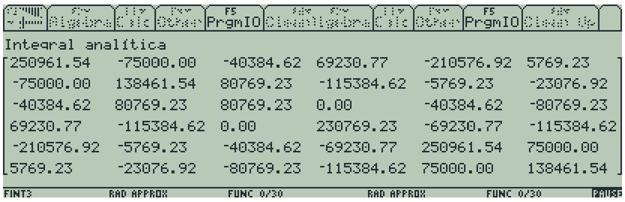
(Se han tomado dos presentaciones decimales)



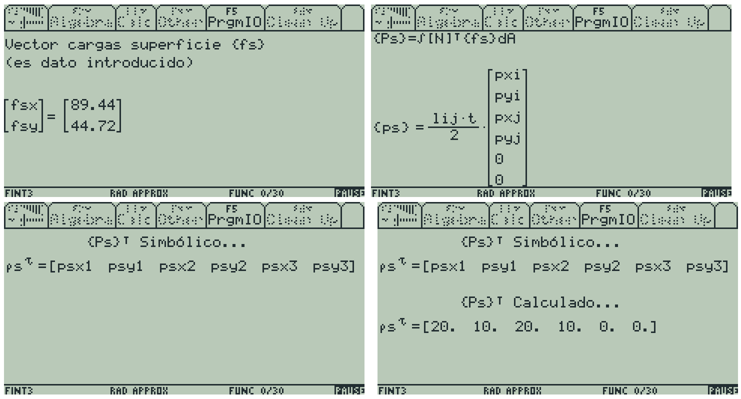




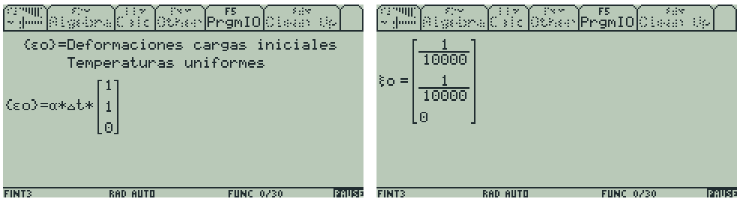
Matriz [K]:



Vector de cargas superficiales {Ps}:

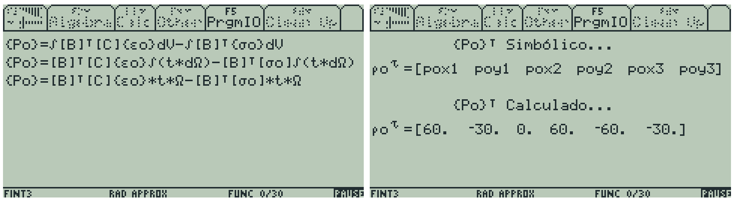


Deformación inicial {εo}:

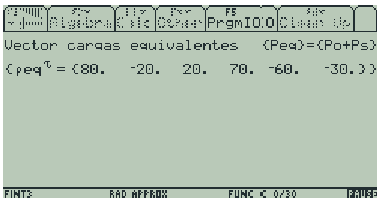


Vector de cargas debidas al incremento de temperatura {Po}

(obsérvese que las tensiones iniciales {σo} no existen por lo que el 2º miembro de la ecuación es nulo):



Vector de cargas equivalente {Peq}:

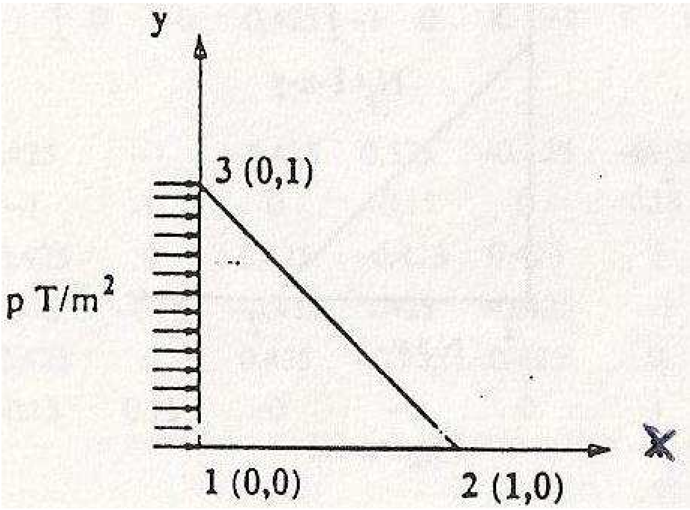


Ejemplo 4.

El triángulo de la figura, con los ejes indicados, es un elemento de una malla de elementos finitos de un continuo sometido a tensión plana. Las cargas que actúan sobre dicho elemento son la de la gravedad (según el eje y negativo) y la indicada en la figura sobre el borde y=0. Considerando espesor unidad, obtener la matriz de rigidez del elemento y el vector de cargas.

DATOS: $E = 2,5 * 10^6 \ T/m^2$

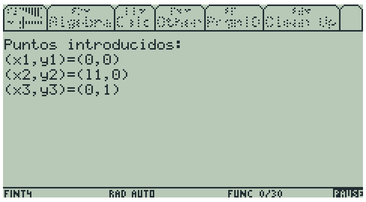
$\mu = 0,15$

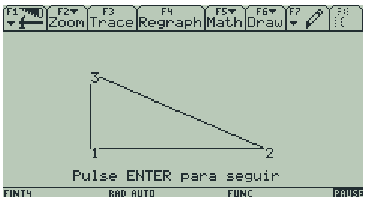


(Problema nº 12 de "Teoría General del MEF" de la UNED).

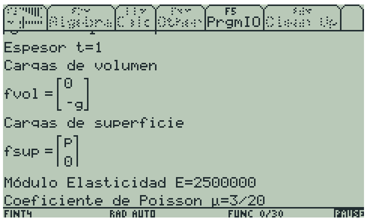
Solución con FINTERPO.

Los puntos introducidos son:



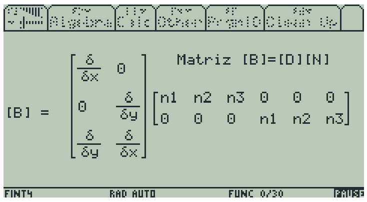


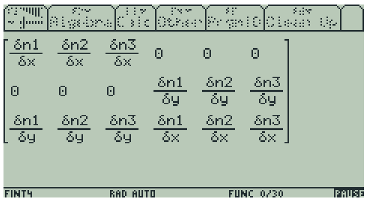
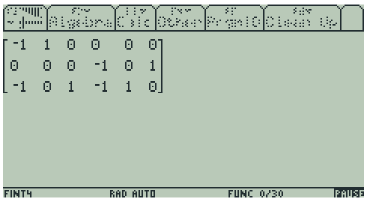
Los datos del problema son los siguientes, donde se han puesto las fuerzas de volumen como -g para la componente vertical:



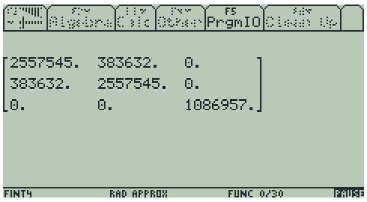
En este caso, los vectores saldrán como agrupados.

Matriz [B]:

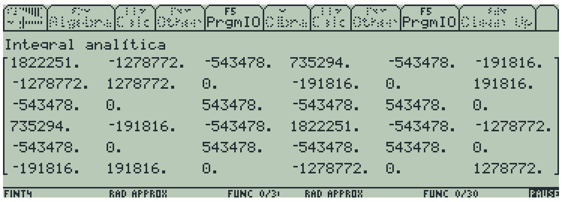


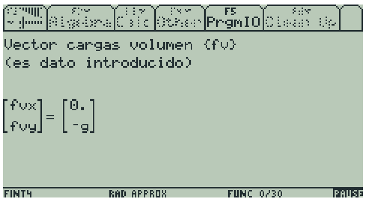
Matriz [C]:

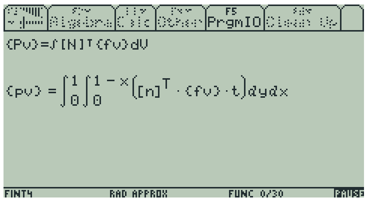


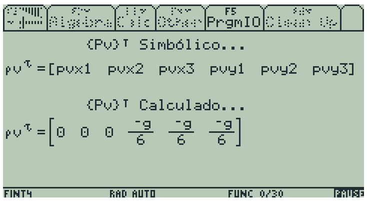
Matriz [K]:



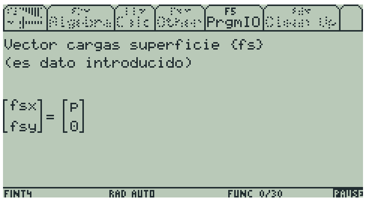
Vector de cargas debido a las fuerzas de gravedad $\{P_v\}$:

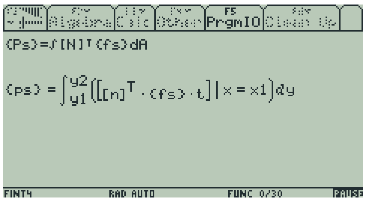


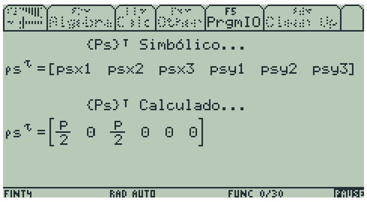




Vector de cargas debido a la fuerza superfical $\{P_s\}$:







3. Rectangular.

Ejemplo 5.

Corresponde a un problema numerado 6 de un cuaderno de ejercicios.

Dada la placa de la figura 1, plantear la ecuación matricial **P** = **K** **δ** para el cálculo de su desplazamientos, así como la tensión en los puntos 3 y baricentro del elemento 1 del modelo (figur 2).

Datos:

$E = 2 * 10^6$ t/cm^2

$\nu = 0$

$$C = \frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

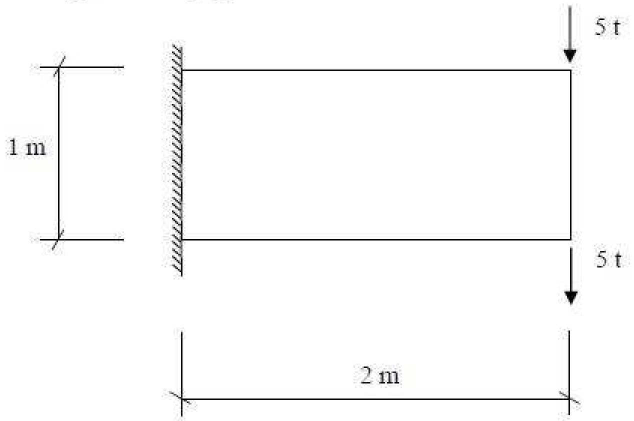


Figura 1

Para ello, se considerará que es un caso de tensión plana y se usará el modelo de la figura 2, formad por dos elementos triangulares con interpolación lineal.

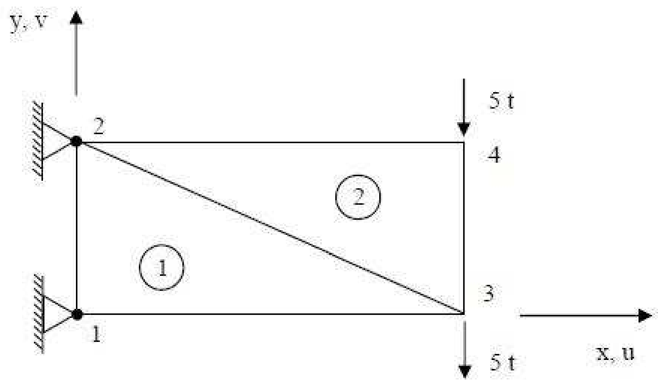


Figura 2

Solución con FINTERPO.

Dada la placa de la figura 1, plantear la ecuación matricial **P** = **K** **δ** para el cálculo de su desplazamientos, así como la tensión en los puntos 3 y baricentro del elemento 1 del modelo (figur 2).

Datos:

$E = 2 * 10^6$ t/cm^2

$\nu = 0$

$$C = \frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

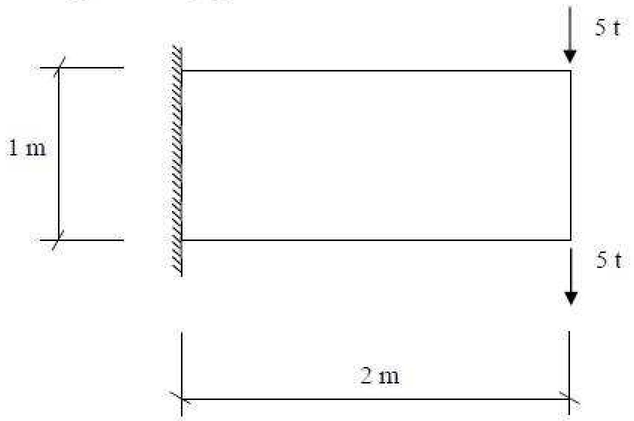


Figura 1

Para ello, se considerará que es un caso de tensión plana y se usará el modelo de la figura 2, formad por dos elementos triangulares con interpolación lineal.

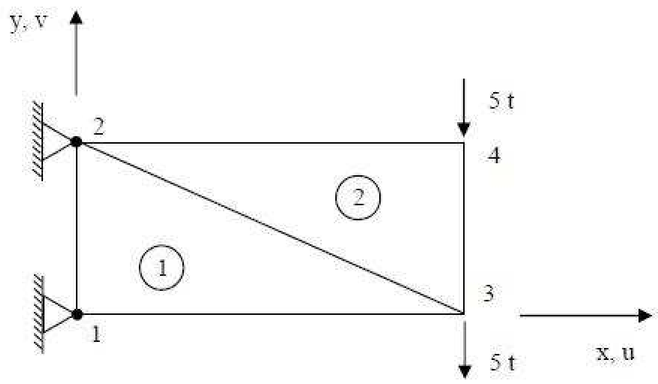


Figura 2

Solución con FINTERPO.

Observando este problema vemos que la rotación de nudos en ambos elementos triangulares debe ser antihoraria. Entonces, hagamos los gráficos de ambos triángulos y su composición como rectángulo.

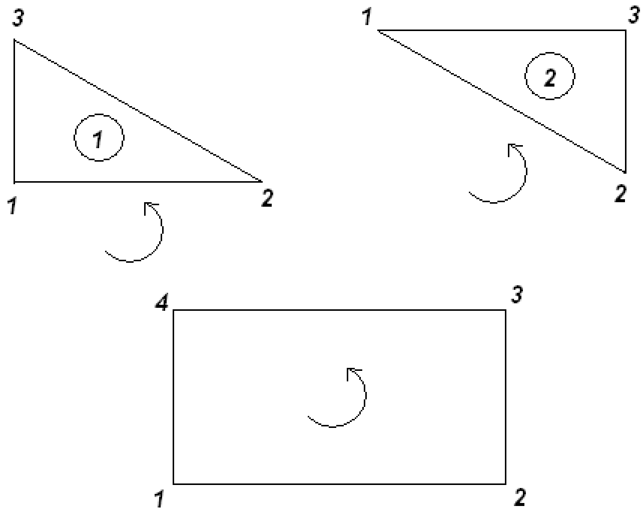
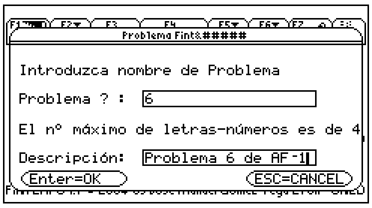


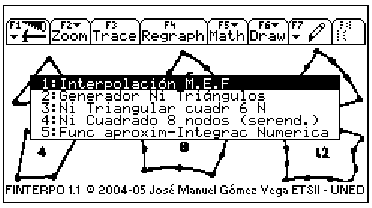
Fig. 5.1. Definición de nudos en elementos

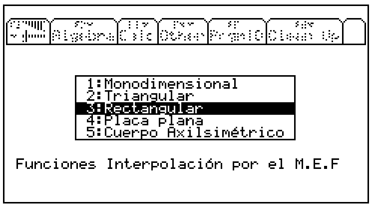
Nodos en triángulo suelto: sentido antihorario {1,2,3}.

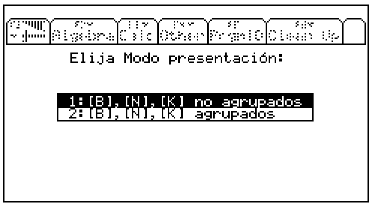
Nodos en triángulo inscrito en rectángulo: sentido antihorario: {1,3,2}

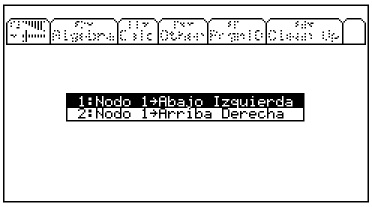
Introduciendo los datos y calculando elemento triángulo 1.

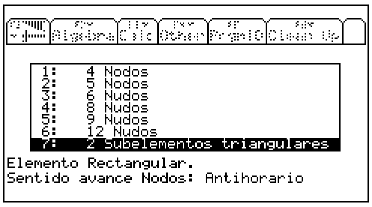

Problema Fint&#####
Introduzca nombre de Problema
Problema ? : 6
El nº máximo de letras-números es de 4
Descripción: Problema 6 de AF-1
Enter=OK
ESC=CANCEL

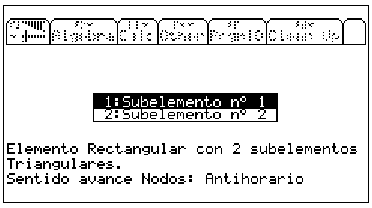

Zoom Trace Regraph Math Draw
1:Interpolación M.E.F
2:Generador Ni Triángulos
3:Ni Triangular cuadr 6 N
4:Ni Cuadrado 8 nodos (serend.)
5:Func aproxim-Integrac Numerica
4
8
12
FINTERPO 1.1 © 2004-05 José Manuel Gómez Vega ETSII - UNED

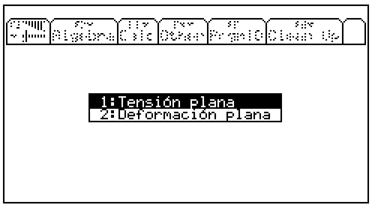

1:Monodimensional
2:Triangular
3:Rectangular
4:Placa plana
5:Cuerpo Axilsimétrico
Funciones Interpolación por el M.E.F

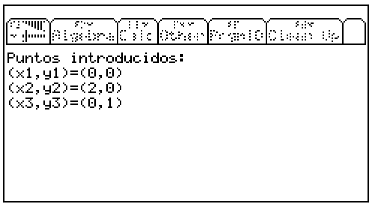

Elija Modo presentación:
1:[B],[N],[K] no agrupados
2:[B],[N],[K] agrupados

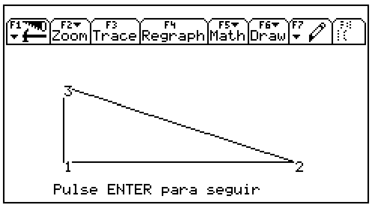

1:Nodo 1→Abajo Izquierda
2:Nodo 1→Arriba Derecha

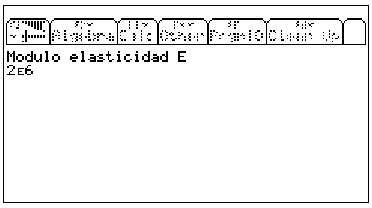

1: 4 Nodos
2: 5 Nodos
3: 6 Nudos
4: 8 Nudos
5: 9 Nudos
6: 12 Nudos
7: 2 Subelementos triangulares
Elemento Rectangular.
Sentido avance Nodos: Antihorario

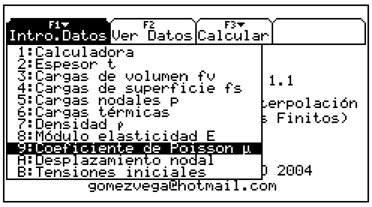

1:Subelemento nº 1
2:Subelemento nº 2
Elemento Rectangular con 2 subelementos
Triangulares.
Sentido avance Nodos: Antihorario

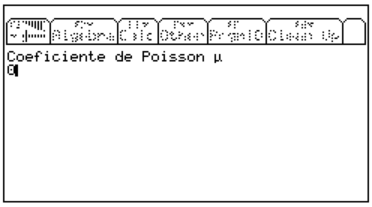

1:Tensión plana
2:Deformación plana

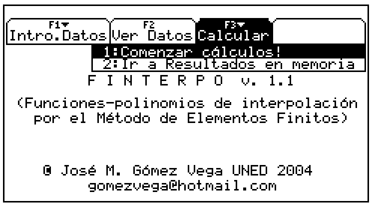

Puntos introducidos:
(x1,y1)=(0,0)
(x2,y2)=(2,0)
(x3,y3)=(0,1)

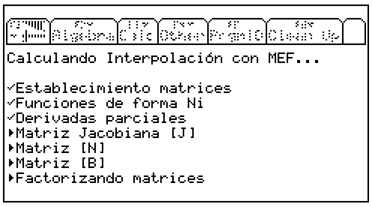






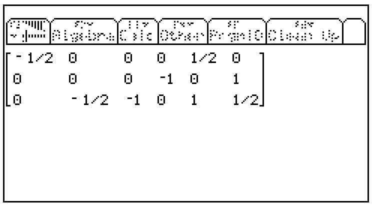


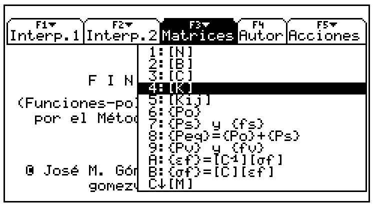




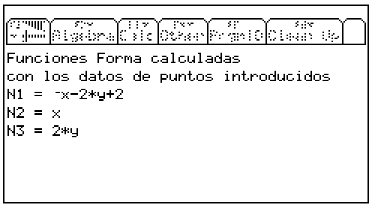
Cálculo de matriz B^1.

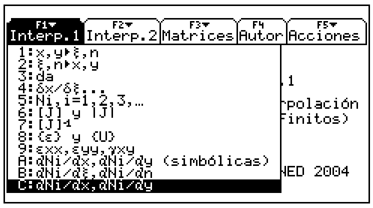
Para calcular la matriz B^1, primero calculamos las funciones de forma N_i^1 y sus derivadas que van acopladas en B^1.



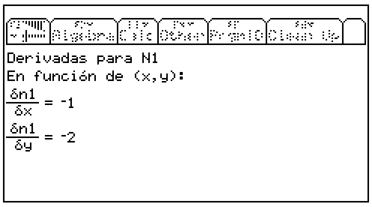


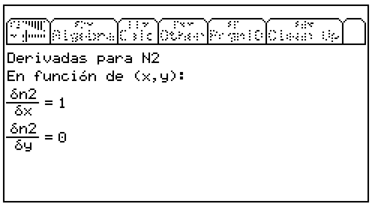
Ahora solo debemos poner los puntos del triángulo 1 y sustituir.

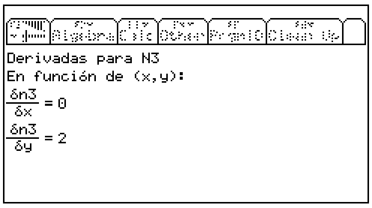




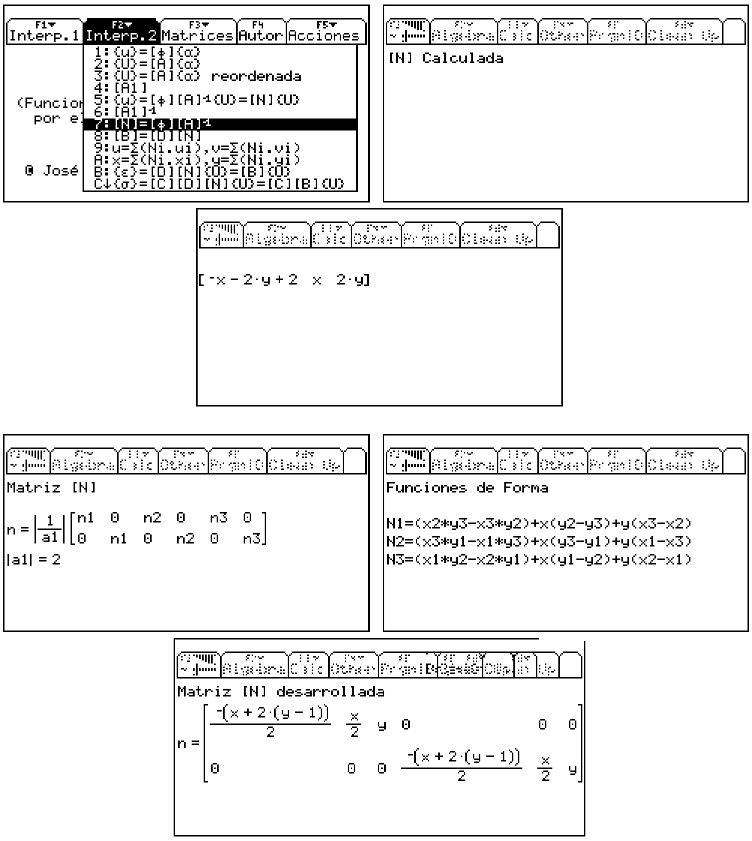
Hallamos las derivadas en función de {x,y} para cada N_i^1.



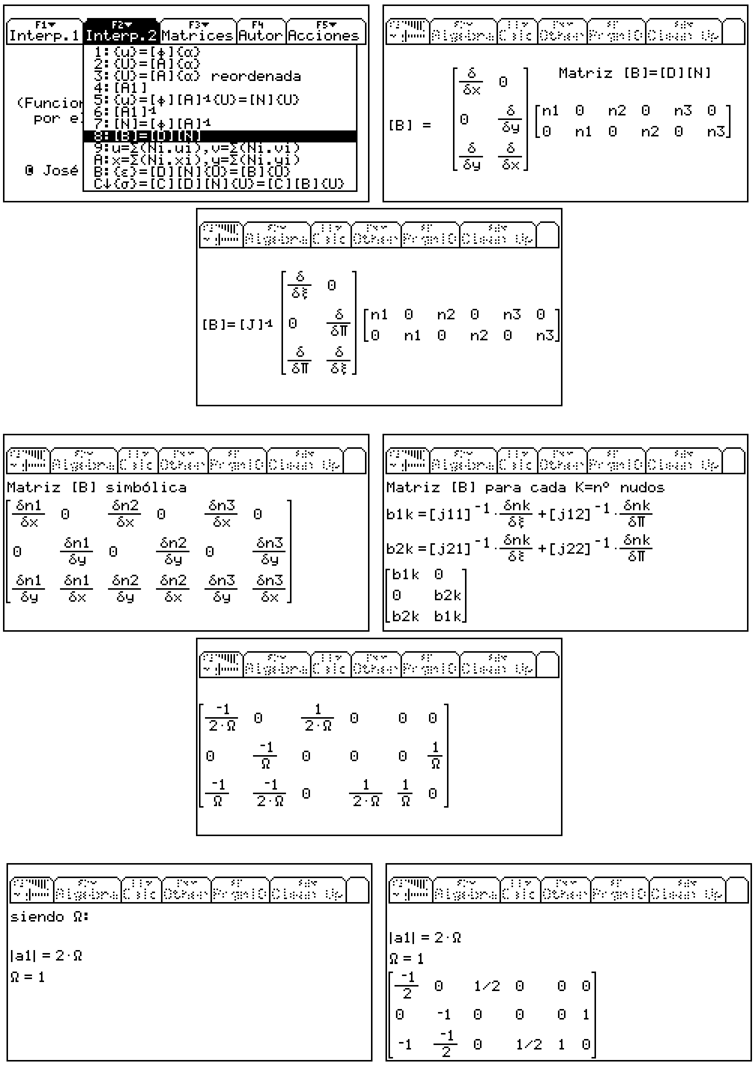




Ahora podremos calcular la matriz N^1, aunque con los datos anteriores ya teníamos las funciones de forma aunque no estaban dispuestas matricialmente.



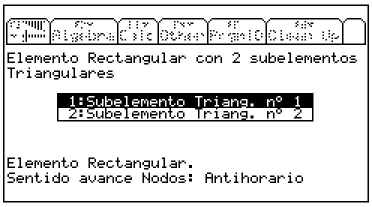
Ahora ya podemos obtener B^1, observando que nos da la matriz semidespejada primero en función de Ω (área) y luego totalmente resuelta.

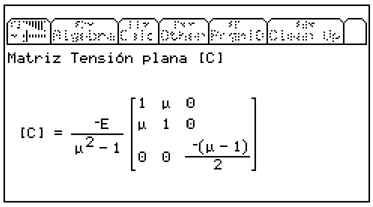


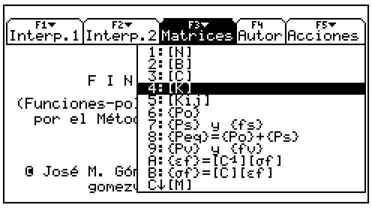
Cálculo de K¹.

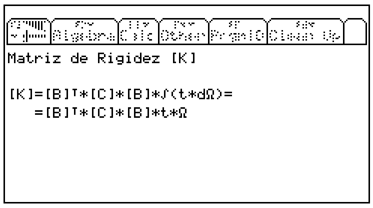
Vamos a calcular la matriz K¹, que será de acuerdo a la fig. 5.1, para el triángulo 1 con giro antihorario, la siguiente:

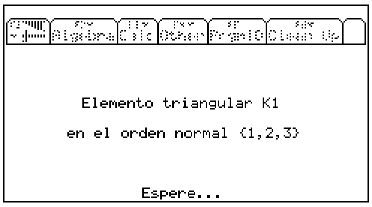
$$K^1 = \begin{pmatrix} k_{11}^1 & k_{12}^1 & k_{13}^1 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 & k_{23}^1 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 \end{pmatrix}$$

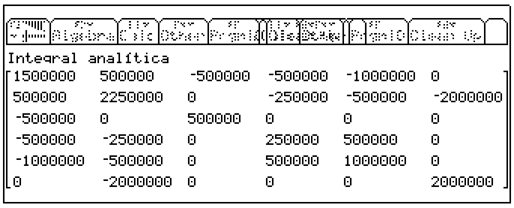








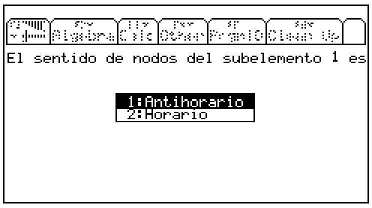


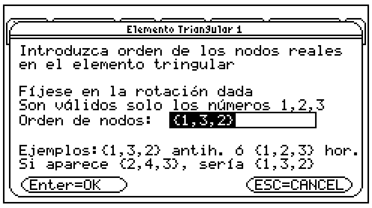


De acuerdo al elemento triangular integrado en el rectángulo, se tiene en el sentido antihorario {1,3,2}:

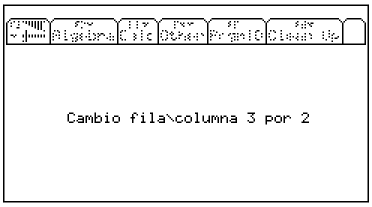
$$K'^1 = \begin{pmatrix} k_{11}^1 & k_{13}^1 & k_{12}^1 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 & k_{23}^1 \end{pmatrix}$$

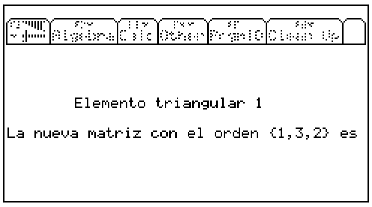
Por ello, deberemos introducir ese orden de nodos en el sentido rotativo, de preferencia antihorario, dado que si no, la matriz saldrá con todos los elementos con signo contrario.

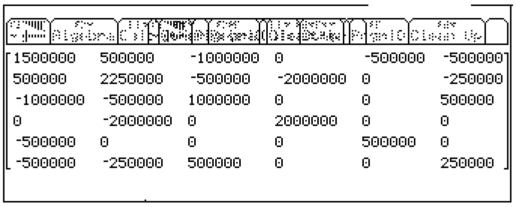




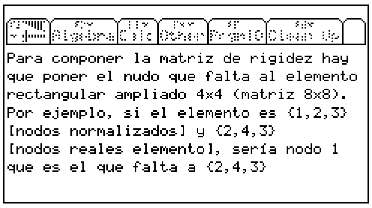
Finterpo cambiará las filas/columnas pertinentes a la matriz. En esta ocasión, como se ve, se cambian las terceras por las segundas.

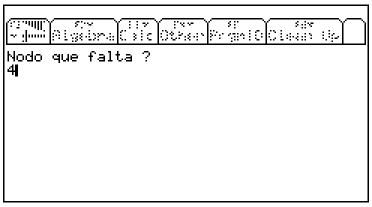


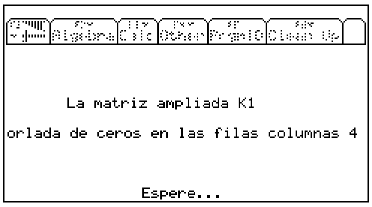




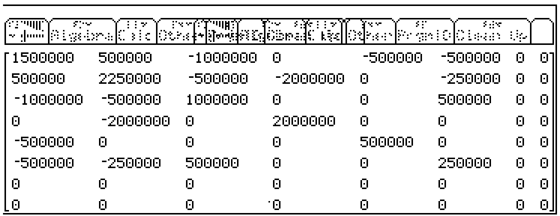
1500000	500000	-1000000	0	-500000	-500000
500000	2250000	-500000	-2000000	0	-250000
-1000000	-500000	1000000	0	0	500000
0	-2000000	0	2000000	0	0
-500000	0	0	0	500000	0
-500000	-250000	500000	0	0	250000







Lo que se ha hecho es orlar de ceros la nueva matriz K'^{1} del triángulo 1 rellenando las filas y columnas 7 y 8 correspondientes al nudo 4.



1500000	500000	-1000000	0	-500000	-500000	0	0
500000	2250000	-500000	-2000000	0	-250000	0	0
-1000000	-500000	1000000	0	0	500000	0	0
0	-2000000	0	2000000	0	0	0	0
-500000	0	0	0	500000	0	0	0
-500000	-250000	500000	0	0	250000	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Triángulo 2.

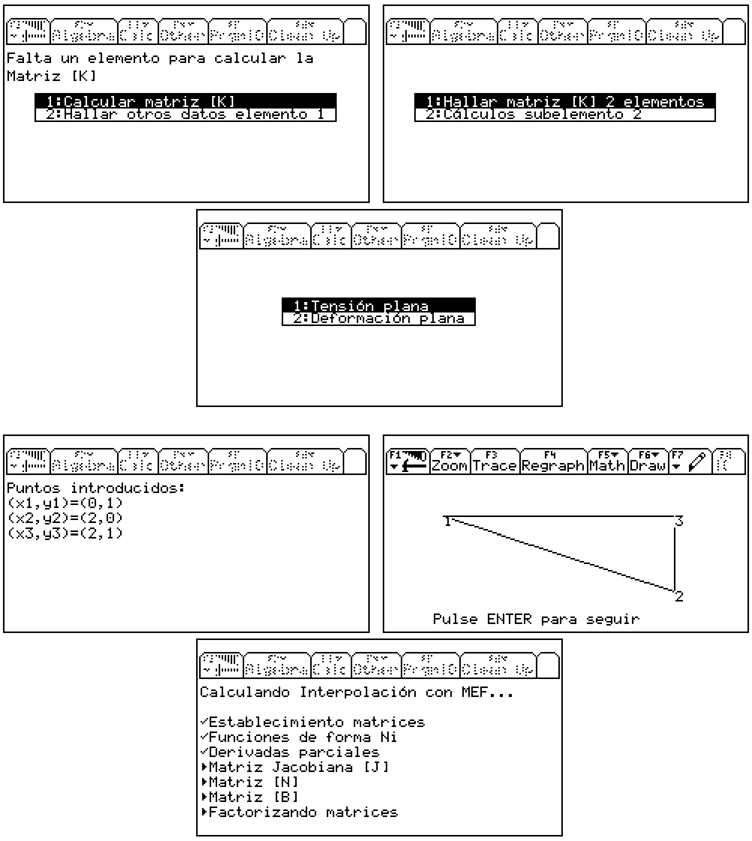
Nodos en triángulo suelto: sentido antihorario {1,2,3}

Nodos en triángulo inscrito en rectángulo: sentido antihorario: {2,3,4}

Se observa que la numeración de nodos en el sentido antihorario es consecutiva.

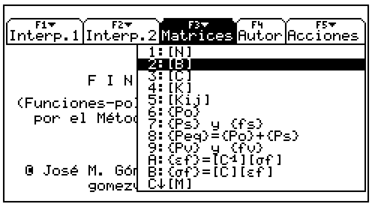
Introduciendo los datos y calculando elemento triángulo 2.

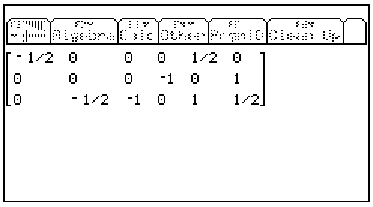
A continuación el programa nos invita a que calculemos el otro elemento suelto (triángulo 2) para componer la matriz correspondiente al rectángulo.



Cálculo de matriz B^2.

Se calcula B² sin más preámbulos, siguiendo el mismo procedimiento que para B¹.

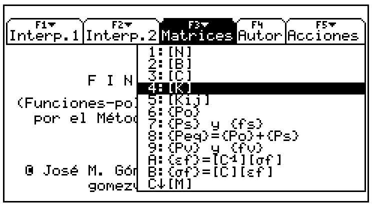


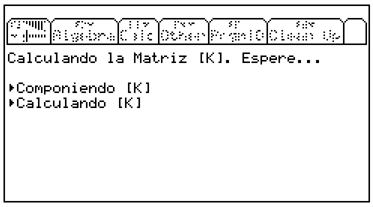


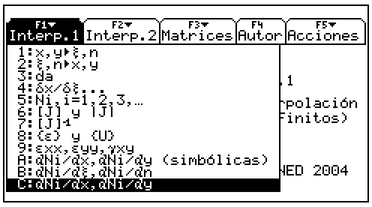
Cálculo de K².

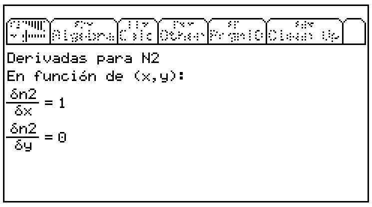
Vamos a calcular la matriz K², que será de acuerdo a la fig. 6.1, para el triángulo 2 con giro antihorario, la siguiente:

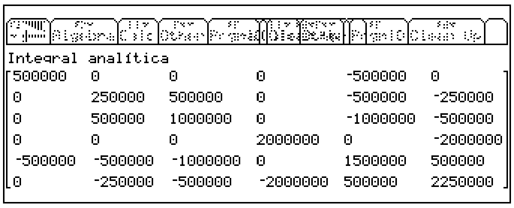
$$K^2 = \begin{pmatrix} k_{11}^2 & k_{12}^2 & k_{13}^2 \\ k_{21}^2 & k_{22}^2 & k_{23}^2 \\ k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 \end{pmatrix}$$

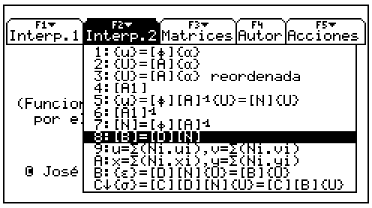


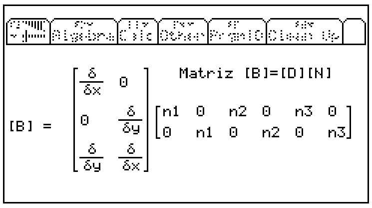


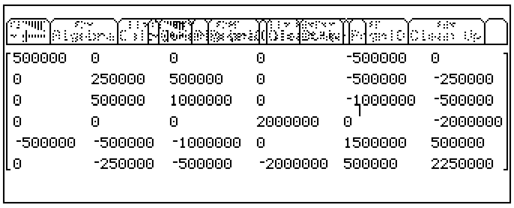

Interp.1 Interp.2 Matrices Autor Acciones
1:x,y▸ξ,η
2:ξ,η▸x,y
3:dA
4:δx/δξ...
5:Ni,i=1,2,3,...
6:[J] y |J|
7:[J]⁻¹
8:{ε} y {U}
9:εxx,εyy,γxy
A:∂Ni/∂x,∂Ni/∂y (simbólicas)
B:∂Ni/∂ξ,∂Ni/∂η
C:∂Ni/∂x,∂Ni/∂y
polación
finitos)
NED 2004

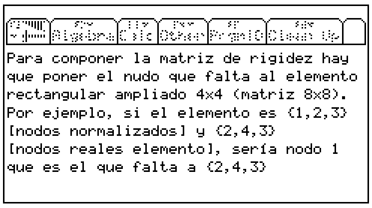

Derivadas para N2
En función de (x,y):
δn2/δx = 1
δn2/δy = 0

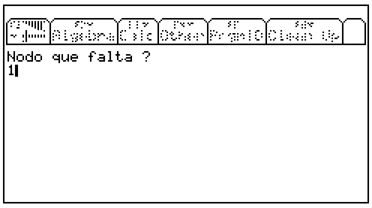

Integral analítica
500000 0 0 0 -500000 0
0 250000 500000 0 -500000 -250000
0 500000 1000000 0 -1000000 -500000
0 0 0 2000000 0 -2000000
-500000 -500000 -1000000 0 1500000 500000
0 -250000 -500000 -2000000 500000 2250000

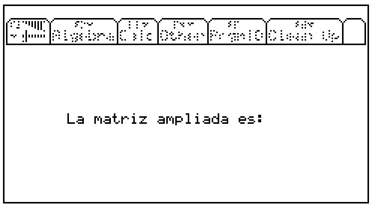

Interp.1 Interp.2 Matrices Autor Acciones
1:{u}=[φ]{α}
2:{U}=[A]{α}
3:{U}=[A]{α} reordenada
4:[A1]
5:{u}=[φ][A]⁻¹{U}=[N]{U}
6:[A1]⁻¹
7:[N]=[φ][A]⁻¹
8:[B]=[D][N]
9:u=Σ(Ni.ui),v=Σ(Ni.vi)
A:x=Σ(Ni.xi),y=Σ(Ni.yi)
B:{ε}=[D][N]{U}=[B]{U}
C:{σ}=[C][D][N]{U}=[C][B]{U}
(Funcio
por e
© José


Matriz [B]=[D][N]
[B] =
δ/δx 0
0 δ/δy
δ/δy δ/δx
n1 0 n2 0 n3 0
0 n1 0 n2 0 n3


500000 0 0 0 -500000 0
0 250000 500000 0 -500000 -250000
0 500000 1000000 0 -1000000 -500000
0 0 0 2000000 0 -2000000
-500000 -500000 -1000000 0 1500000 500000
0 -250000 -500000 -2000000 500000 2250000


Para componer la matriz de rigidez hay
que poner el nudo que falta al elemento
rectangular ampliado 4x4 (matriz 8x8).
Por ejemplo, si el elemento es {1,2,3}
[nodos normalizados] y {2,4,3}
[nodos reales elemento], sería nodo 1
que es el que falta a {2,4,3}


Nodo que falta ?
1


La matriz ampliada es:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 500000 & 0 & 0 & 0 & -500000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 250000 & 500000 & 0 & -500000 & -250000 \\ 0 & 0 & 0 & 500000 & 1000000 & 0 & -1000000 & -500000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2000000 & 0 & -2000000 \\ 0 & 0 & -500000 & -500000 & -1000000 & 0 & 1500000 & 500000 \\ 0 & 0 & 0 & -250000 & -500000 & -2000000 & 500000 & 2250000 \end{bmatrix}$$

La matriz K correspondiente al ensamble de las 2 matrices, suma de K¹ y K² 8x8 ampliadas , sería la siguiente (se ha hecho aparte con el orden de nodos en ambas matrices {1,2,3}, para que se vea simplemente cuál sería):

$$\begin{bmatrix} -1500000 & -500000 & 500000 & 500000 & 1000000 & 0 & 0 & 0 \\ -500000 & -2250000 & 0 & 250000 & 500000 & 2000000 & 0 & 0 \\ 500000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -500000 & 0 \\ 500000 & 250000 & 0 & 0 & 0 & 0 & -500000 & -250000 \\ 1000000 & 500000 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1000000 & -500000 \\ 0 & 2000000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2000000 \\ 0 & 0 & -500000 & -500000 & -1000000 & 0 & 1500000 & 500000 \\ 0 & 0 & 0 & -250000 & -500000 & -2000000 & 500000 & 2250000 \end{bmatrix}$$

De acuerdo a:

$$K^1 = \begin{pmatrix} k^1_{11} & k^1_{12} & k^1_{13} & 0 \\ k^1_{21} & k^1_{22} & k^1_{23} & 0 \\ k^1_{31} & k^1_{32} & k^1_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad K^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k^2_{11} & k^2_{12} & k^2_{13} \\ 0 & k^2_{21} & k^2_{22} & k^2_{23} \\ 0 & k^2_{31} & k^2_{32} & k^2_{33} \end{pmatrix}$$

Entonces resultaría:

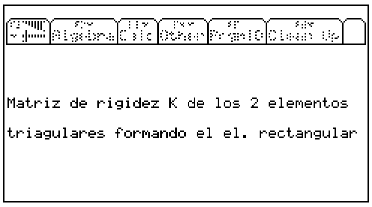
$$K = K^1 + K^2 = \begin{pmatrix} k^1_{11} & k^1_{12} & k^1_{13} & 0 \\ k^1_{21} & k^1_{22} & k^1_{23} & 0 \\ k^1_{31} & k^1_{32} & k^1_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k^2_{11} & k^2_{12} & k^2_{13} \\ 0 & k^2_{21} & k^2_{22} & k^2_{23} \\ 0 & k^2_{31} & k^2_{32} & k^2_{33} \end{pmatrix} =$$

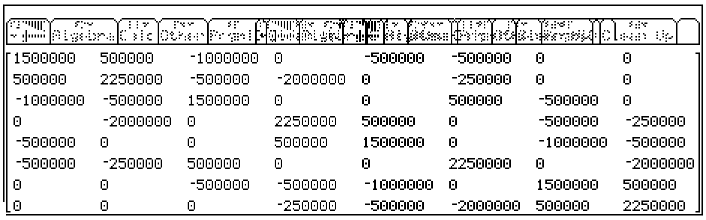
$$K = \begin{pmatrix} k^1_{11} & k^1_{12} & k^1_{13} & 0 \\ k^1_{21} & k^1_{22} + k^2_{11} & k^1_{23} + k^2_{12} & k^2_{13} \\ k^1_{31} & k^1_{32} + k^2_{21} & k^1_{33} + k^2_{22} & k^2_{23} \\ 0 & k^2_{31} & k^2_{32} & k^2_{33} \end{pmatrix}$$

que correspondería al orden de nudos antihorario {1,2,3,4}. Sin embargo, esto no es así, dado que el verdadero orden del rectángulo original es {1,3,4,2}, por lo que la matriz resultante anterior no es la adecuada, o bien habría que permutarse los elementos de tal forma que finalmente quedase, de acuerdo a los órdenes antihorarios de los triángulos, tal y como se ha realizado por Finterpo, como sigue:

$$K = K^1 + K^2 = \begin{pmatrix} k^1_{11} & k^1_{13} & k^1_{12} & 0 \\ k^1_{31} & k^1_{33} & k^1_{32} & 0 \\ k^1_{21} & k^1_{23} & k^1_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k^2_{11} & k^2_{12} & k^2_{13} \\ 0 & k^2_{21} & k^2_{22} & k^2_{23} \\ 0 & k^2_{31} & k^2_{32} & k^2_{33} \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} k^1_{11} & k^1_{13} & k^1_{12} & 0 \\ k^1_{31} & k^1_{33} + k^2_{11} & k^1_{32} + k^2_{12} & k^2_{13} \\ k^1_{21} & k^1_{23} + k^2_{21} & k^1_{22} + k^2_{22} & k^2_{23} \\ 0 & k^2_{31} & k^2_{32} & k^2_{33} \end{pmatrix}$$


Matriz de rigidez K de los 2 elementos triagulares formando el el. rectangular


$$
\begin{bmatrix}
1500000 & 500000 & -1000000 & 0 & -500000 & -500000 & 0 & 0 \\
500000 & 2250000 & -500000 & -2000000 & 0 & -250000 & 0 & 0 \\
-1000000 & -500000 & 1500000 & 0 & 0 & 500000 & -500000 & 0 \\
0 & -2000000 & 0 & 2250000 & 500000 & 0 & -500000 & -250000 \\
-500000 & 0 & 0 & 500000 & 1500000 & 0 & -1000000 & -500000 \\
-500000 & -250000 & 500000 & 0 & 0 & 2250000 & 0 & -2000000 \\
0 & 0 & -500000 & -500000 & -1000000 & 0 & 1500000 & 500000 \\
0 & 0 & 0 & -250000 & -500000 & -2000000 & 500000 & 2250000
\end{bmatrix}
$$

---

4. Placa plana.

La placa delgada plana rectangular se aproxima con 12 términos del triángulo de Pascal, tomándose 4 puntos. No se hace ejemplo, por tratarse de un problema parecido al rectangular.

---

5. Cuerpo axilsimétrico.

En el cuerpo axilsimétrico, no se hace ningún ejemplo, pues también son parecidos a los ejemplos anteriores.

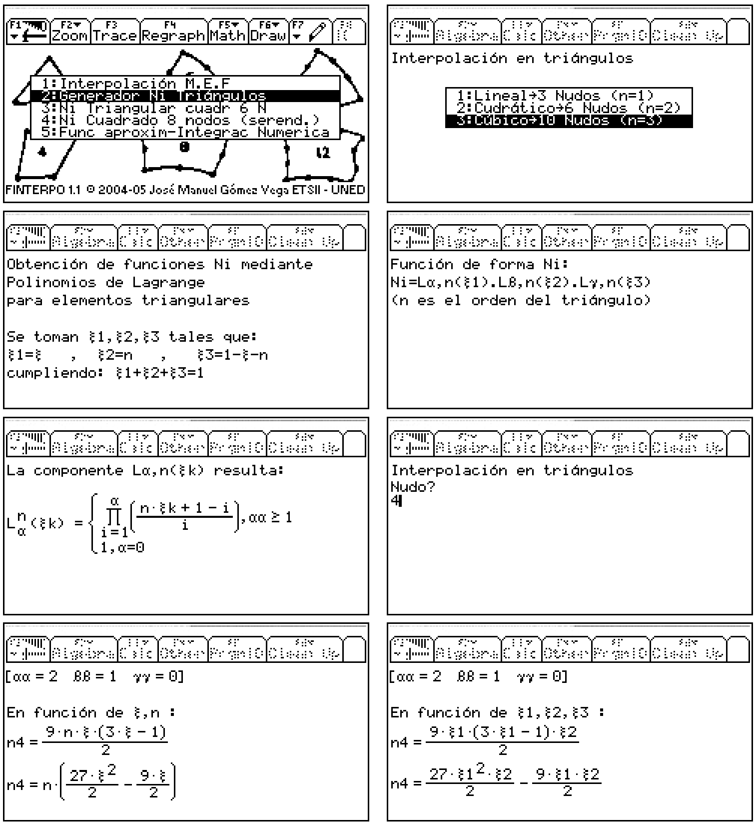
---

2. Generador Ni triángulos.

Ejemplo 6.

Para el triángulo cúbico (n=3), en el 4º nodo, hallar las funciones de forma.

Solución con FINTERPO.



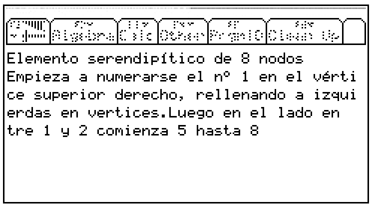
3. Ni Triangular cuadr 6 N.

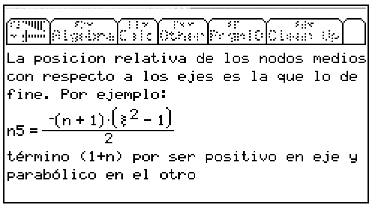
No se hace ningún ejemplo, pues este cálculo es parecido a los ejemplos anteriores con 3 nodos.

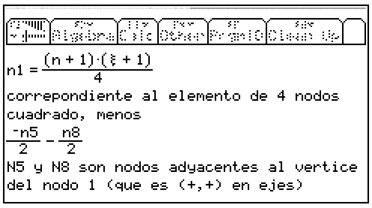
---

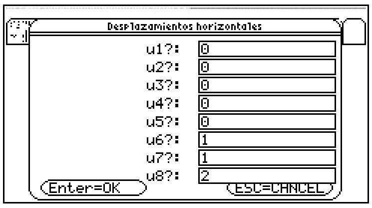
4. Ni Cuadrado 8 nodos (serend).

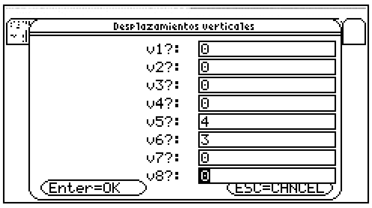
No se hace ningún ejemplo, pues este cálculo es parecido a los ejemplos anteriores con 3 nodos, pero se enseña los menús a continuación y los cálculos que hace.

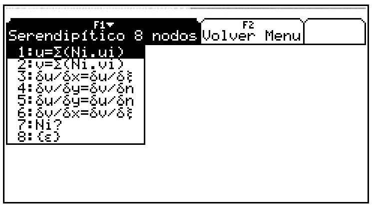


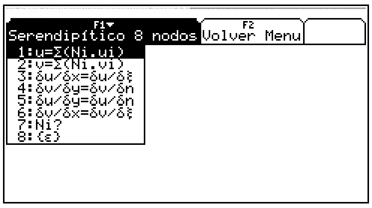


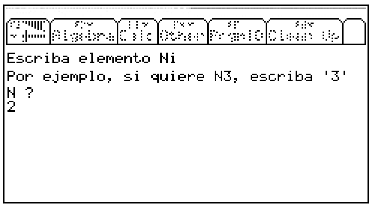


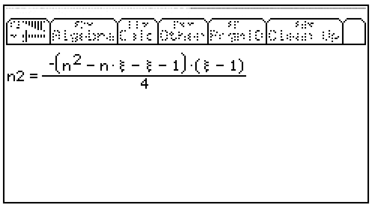




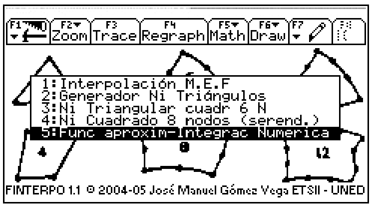








5. Func aproxim- Integrac Numérica.



Sirve para problemas en memoria, resolviendo la integración numérica de los problemas.

Anterior	9.-Detección de errores.	Siguiente

Finterpo, como se ha visto, es un programa complejo. En su escritura se han invertido muchas horas. A pesar de las múltiples pruebas realizadas es probable que existan errores. Es por ello que si encuentra alguno de ellos póngase en contacto con el autor mediante el correo electrónico indicando donde se produjo, cómo, etc., para solucionarlo. Agradezco enormemente la comunicación de errores, si los hubiere. Intentaré resolverlos si tengo tiempo.

Anterior	10.-Versiones previas.	Siguiente

Fitnerpo 1.1 es la 1ª versión pública y no existen historiales anteriores.

Anterior	11.-Advertencias (internal error y	Siguiente

	variables simbólicas).	

-INTRODUCCIÓN VARIABLES SIMBÓLICAS.

Pueden introducirse en un principio cualquier variable en lugar de valores numéricos.

-INTERNAL ERROR.

1) Archive todas las variables y programas de la calculadora. Lo que no esté archivado se borrará de la memoria, tanto si es de Anesmef como si no. Tome una precaución especial ante esto antes de seguir.
2) Haga un reset, mediante la pulsación consecutiva de las teclas 2nd + Hand (mano) + ON.
(Realmente 2nd + Hand = LOCK).
3) Los programas se ejecutarán y además con rapidez, pero estarán protegidos contra lectura y escritura.

Si usa el emulador Vti v.25 Beta tiene dos formas:

1) Puede cargar directamente el programa en el emulador mediante el estado Anesmef.sav grabado por mí. Incluye todos los programas de Anesmef preparados para ejecutarse. Esto es muy fácil y rápido: encienda la calculadora virtual, pulse el botón derecho del ratón y aparecerá un menú, seleccione Load state image... Se abrirá un menú de búsqueda del archivo Anesmef.sav, selecciónelo y ya tiene Anesmef en el emulador preparado para calcular, pues solo tendrá que pulsar ENTER para empezar.

2) La forma tradicional. Se hace exactamente lo mismo que lo dicho anteriormente para la calculadora real. La localización de las teclas en el PC, serán:

2ND = TECLA ALT
HAND (MANO) = BLOQ MAYÚS

(No deje de pulsar estas teclas)

ON = Pulse con el ratón en la calculadora virtual la tecla ON (extremo inferior izquierdo).

Anterior	12.-Créditos.	Siguiente

Todas las rutinas y programas de Finterpo son propiedad intelectual del autor, José Manuel Gómez Vega, ingeniero industrial en mecánica de máquinas. El tiempo invertido total a rachas desde abril del 2.003 hasta septiembre del 2.004 ha sido de 17 meses. El manual se finalizó en julio de 2.009. En este tiempo también he gestado otros programas, muchos de ellos sin publicar debido a la escasez de tiempo sobre todo a la hora de realizar los manuales.

Agradezco a las personas interesadas en el Cálculo de Estructuras sus impresiones del programa y un breve comentario sobre:

1) facilidad de uso.

2) aspectos no incluidos que podrían introducirse.

3) fiabilidad de resultados.

4) errores detectados.

5) forma de programación.

6) presentación de resultados paso a paso.

etc...

No duden de enviar sus sugerencias, serán tomadas en cuenta quizá para mejorar el programa, incluso. Escriban a:

Ingenieroindustrialmecanico@gmail.com

gomezvega@hotmail.com

Anterior	13.-Licencia.	Inicio página

El conjunto de programas ***Finterpo*** es © 2.010 José Manuel Gómez Vega. Está permitido el uso, manejo, transformación del programa ***Finterpo*** para usos particulares. No está permitida la distribución de ***Finterpo*** en otros medios que los empleados por el propio autor del programa sin avisar previamente al mismo para dar el visto bueno, si es que se permite tras la consulta. Las comunicaciones para estos fines se realizarán por correo electrónico. Cualquier transformación, modificación o mejora de dicho programa para usos particulares está permitida, salvo la distribución. Está prohibida la distribución para usos comerciales del programa ***Finterpo*** en cualquier forma o medio incluidos aquellos en los que se regale el programa por la compra de calculadoras, habiéndose preinstalado, donado o entregado por empresas de distribución y venta de calculadoras, asimismo como por particulares.