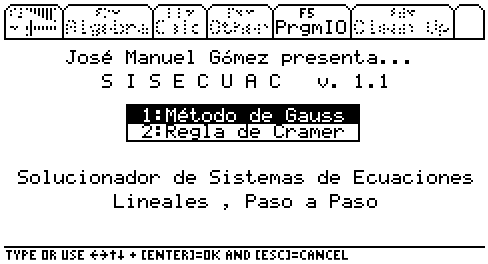
Programa: SisEcuac 1.1
Sinopsis: Resuelve sistemas de ecuaciones lineales por Gauss o Cramer paso a paso.
Autor: José Manuel Gómez Vega (ingeniero industrial en mecánica de máquinas)
Calculadora: TI 92 Plus (S.O. 2.09 y anteriores) / Voyage 200 (S.O. 3.10 y anteriores)
Lenguaje interno del CAS: inglés (necesario para que se ejecuten comandos de programación)
Correo: ingenieroindustrialmecanico@gmail.com
Fecha publicación: 7/07/09

Programas/funciones necesarios: *sisecuac, cramer, gaussmat, numeri, listdel, listrep, rango.*
Carpeta de programa: *sis.*
Arranque: *sisecuac()* dentro de la carpeta *sis.*

SisEcuac 1.1



1. Introducción.

SisEcuac 1.1 es un programa para resolver sistemas de ecuaciones lineales paso a paso, mediante dos métodos: la regla de Cramer y el método de Gauss. El programa le presentará todas las operaciones en pantalla como si Ud. estuviese resolviendo el ejercicio a mano.

En general, un sistema con *m* ecuaciones lineales y *n* incógnitas puede ser escrito en forma ordinaria como:

$$\begin{array}{ccccc} a_{11}x_1+ & a_{12}x_2+ & \cdots+ & a_{1n}x_n = & b_1 \\ a_{21}x_1+ & a_{22}x_2+ & \cdots+ & a_{2n}x_n = & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\ a_{m1}x_1+ & a_{m2}x_2+ & \cdots+ & a_{mn}x_n = & b_m \end{array}$$

donde $x_1, \dots, x_n$ son las variables incógnitas, los valores $a_{ij} \in$ F son los coeficientes del sistema sobre el cuerpo $F[= \mathbb{R}, \mathbb{C}, \dots]$, mientras que $b_1, \dots, b_m$ son los términos independientes.

Tanto a_{ij} como $b_1, \dots, b_m$ pueden ser números o parámetros o expresiones tanto lineales como no lineales, dado que la linealidad debe ser únicamente sobre las variables incógnitas.

Ejemplos:

$$a_{ij} = [5a + sen(b)]; \quad a_{ji} = 2; \quad b_j = c \cdot d^2$$

Obsérvese que las expresiones de los ejemplos, en última instancia, son números en $\mathbb{R}$ pues no existen incógnitas, por lo que se mantiene la linealidad.

Obviamente alguna de las variables incógnitas de $x_1, \dots, x_n$ puede no existir en la expresión del sistema, con lo que tampoco existirá su coeficiente asociado de la matriz $[M]$.

Es posible reescribir el sistema separando con coeficientes en notación matricial:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

donde:

- la 1ª matriz $[M]$ es la de los coeficientes del sistema.
- la 2ª matriz $\{X\}$ (vector columna) es la de las variables del sistema.
- la 3ª matriz $\{Ind\}$ (vector columna) es la de los términos independientes.

Esta forma matricial puede expresarse también en forma reducida como:

$$[M]\{X\} = \{Ind\}$$

Se llama matriz ampliada M_{amp} a la que incluye la matriz de coeficientes y al vector de términos independientes:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix}$$

Una matriz es cuadrada si cumple que $m = n$ y entonces se dice que es $n \, x \, n$.
Una matriz es regular, si su determinante es no nulo.
Una matriz es singular, en caso contrario, si su determinante es nulo. Este tipo de matriz no admite inversa.

2. Tipos de sistemas.

Los sistemas de ecuaciones se pueden clasificar según el número de soluciones que puedan presentarse. De acuerdo con ese caso se pueden encontrar los siguientes casos:

- **Sistema incompatible:** si no tiene ninguna solución.
- **Sistema compatible:** si tiene alguna solución, en este caso además puede distinguirse entre:
  - **Sistema compatible determinado** cuando tiene un número finito de soluciones.
  - **Sistema compatible indeterminado** cuando admite un conjunto infinito de soluciones.

También se pueden clasificar, según sean los términos independientes en:

- **Sistema no homogéneo:** los términos del vector columna {Ind} son no todos nulos.
- **Sistema homogéneo:** los términos del vector columna {Ind} son todos nulos.

En base a la primera forma de clasificarse, vamos a establecer las condiciones matemáticas para que se encuadre todo sistema de ecuaciones lineal. Como se va a ver, habrá que separar entre los dos tipos de sistemas: homogéneos y no homogéneos. Además, habrá de tenerse en cuenta si la matriz es cuadrada o no.

Sistema incompatible.

- **Sistemas no homogéneos.**

Si llamamos $r(M)$ al rango de M y $r\left(M_{amp}\right)$ al rango de la matriz ampliada M_{amp},

la condición necesaria y suficiente para que un sistema no homogéneo sea INCOMPATIBLE es que debe verificar:

$$Sistema\ no\ homogéneo\ incompatible\ (m\ x\ n)\ \leftrightarrow\ r(M) < r(M_{amp})$$

Para matrices cuadradas, se cumple la siguiente condición suficiente:

$$Sistema\ no\ homogéneo\ incompatible\ (n\ x\ n)\ \rightarrow\ |M| = 0$$

Obsérvese que por no cumplirse la condición necesaria, a priori, no sabremos la incompatibilidad en este tipo de sistemas si únicamente tenemos el dato del determinante.

- **Sistemas homogéneos.**

Ningún sistema homogéneo es incompatible.

Sistema compatible determinado.

- **Sistemas no homogéneos.**

La condición necesaria y suficiente para que un sistema no homogéneo sea COMPATIBLE DETERMINADO es que debe verificar, las condiciones:

$$Sistema\ no\ homogéneo\ compatible\ (m\ x\ n) \leftrightarrow\ \ r(M) = r(M_{amp})$$

$$Sist.\ no\ homogéneo\ compatible\ determinado\ (m\ x\ n) \leftrightarrow\ \ r(M) = nº\ incógnitas$$

Nótese que en matrices $m\ x\ n$ se incluyen, por extensión, también a las cuadradas.

Como se ve, con la 1ª condición solo sabremos si es compatible, mientras que con la 2ª sabremos si es compatible determinado.

Para matrices cuadradas, exclusivamente, se cumple la siguiente condición necesaria y suficiente:

$$Sistema\ no\ homogéneo\ compatible\ determinado\ (n\ x\ n)\ \leftrightarrow\ \ |M| \neq 0$$

- **Sistemas homogéneos.**

Para este tipo de sistemas, la solución es siempre la trivial, es decir:

$$x_i = 0\ \ \forall i = 1, \dots, n$$

La condición en matrices $m\ x\ n$ (y por extensión, las cuadradas) es:

$$Sist. homogéneo\ compatible\ determinado\ (m\ x\ n) \leftrightarrow\ \ r(M) < nº\ incógnitas$$

Para matrices cuadradas, se cumple la siguiente condición necesaria y suficiente:

$$Sistema\ homogéneo\ compatible\ determinado\ (n\ x\ n)\ \leftrightarrow\ \ |M| \neq 0$$

Sistema compatible indeterminado.

- **Sistemas no homogéneos.**

La condición necesaria y suficiente para que un sistema no homogéneo sea COMPATIBLE INDETERMINADO es que debe verificar, las condiciones:

$$Sistema\ no\ homogéneo\ compatible\ (m\ x\ n) \leftrightarrow\ \ r(M) = r(M_{amp})$$

$$Sist.\ no\ homog.\ compatible\ indeterminado\ (m\ x\ n) \leftrightarrow\ \ r(M) < nº\ incógnitas$$

Nótese que en matrices $m\ x\ n$ se incluyen, por extensión, también a las cuadradas.

Como se ve, con la 1ª condición solo sabremos si es compatible, mientras que con la 2ª sabremos si es compatible indeterminado.

Para matrices cuadradas, exclusivamente, se cumple la siguiente condición suficiente:

$$Sistema\ no\ homogéneo\ compatible\ indeterminado\ (n\ x\ n)\ \rightarrow\ |M| = 0$$

Obsérvese que por no cumplirse la condición necesaria, a priori, no sabremos la indeterminación o no del sistema o si es o no compatible en este tipo de sistemas si únicamente tenemos el dato del determinante, dado que también se verifica como hemos señalado antes:

$$Sistema\ no\ homogéneo\ incompatible\ (n\ x\ n)\ \rightarrow\ |M| = 0$$

- **Sistemas homogéneos.**

Para este tipo de sistemas, la solución no es la trivial, es decir, existe al menos un x_i tal que:

$$x_i \neq 0 \;\; i \in 1, \dots, n$$

La condición en matrices $m\ x\ n$ (y por extensión, las cuadradas) es:

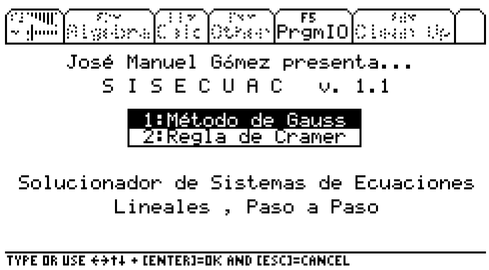
$$Sist. homogéneo\ compatible\ indeterminado\ (m\ x\ n) \leftrightarrow\ r(M) = nº\ incógnitas$$

Para matrices cuadradas, se cumple la siguiente condición necesaria y suficiente:

$$Sistema\ homogéneo\ compatible\ determinado\ (n\ x\ n)\ \leftrightarrow\ |M| = 0$$

3. Resolución de sistemas con SisEcuac.

Nada más ejecutar el programa con el comando ***sisecuac*** en la carpeta ***sis*** de la calculadora, aparecerá la siguiente pantalla:



donde habrá que elegir el método de cálculo paso a paso del sistema de ecuaciones lineales.

Mediante el método de Gauss pueden resolverse sistemas matriciales $m\ x\ n$, mientras que por la regla de Cramer únicamente podrán resolverse sistemas $n\ x\ n$. Ello es debido a que este último método exige el cálculo mediante determinantes y debe asegurarse la inversibilidad de la matriz $[M]$ y para ello su determinante no podrá ser nulo, por lo que solamente se calculará sobre matrices cuadradas regulares.

SisEcuac admite parámetros aparte de números para la matriz $[M]$ y el vector columna $\{Ind\}$. Dado que la exigencia de linealidad es sobre las variables incógnitas, pueden incluso ponerse expresiones tales como: $c \cdot d^2$, $sen(a)$, $a + b + c$, como ya se ha dicho, hecho que permite cálculos de sistemas más complejos que los que se suelen presentar académicamente.

Sin embargo, la expresión no podrá ser excesivamente compleja. En este caso la limitación es de 15 caracteres. El sistema deberá buscar entre esas expresiones los parámetros. Es una tarea compleja de programación. La mayoría de sistemas lineales que he visto tienen solo un par de parámetros por coeficiente, a lo sumo del tipo:

$$5a \quad , \quad a - c$$

por lo que es posible que algún tipo de expresión compleja para algún parámetro no la sepa manejar el programa. De todas formas, aunque el programa sea capaz de manejar estas expresiones, a veces el resultado puede ser farragoso. No se recomiendan parámetros con expresiones trigonométricas, sobre todo, dado que acarrean soluciones sobre un dominio que va acompañando a las expresiones calculadas.

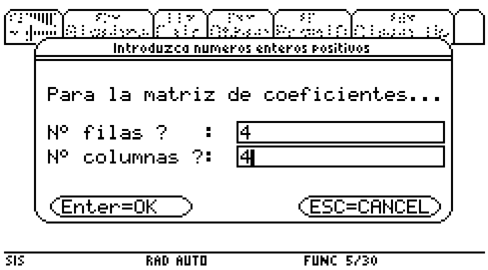
4. Ejemplos resueltos con SisEcuac.

4.1. Ejemplo nº 1 mediante método de Gauss.

Hallar la relación entre a y b para que el sistema siguiente tenga solución distinta de la trivial y calcúlese la solución:

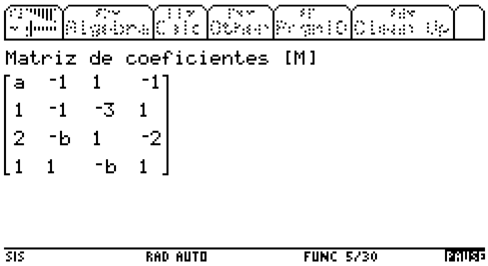
$$\begin{cases} \boldsymbol{ax - y + z - t = 0} \\ \boldsymbol{x - y - 3z + t = 0} \\ \boldsymbol{2x - by + z - 2t = 0} \\ \boldsymbol{x + y - bz + t = 0} \end{cases}$$

Tras seleccionar Gauss, introducimos las filas y columnas de la matriz de coeficientes:

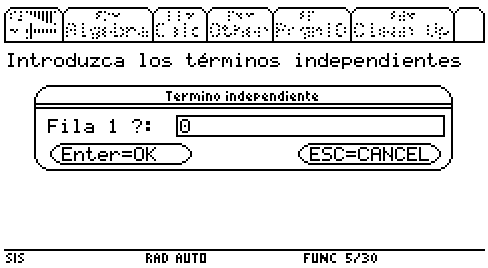


A continuación, introducimos los términos de la matriz de coeficientes $[M]$. En pantalla se ve el término a_{11}.

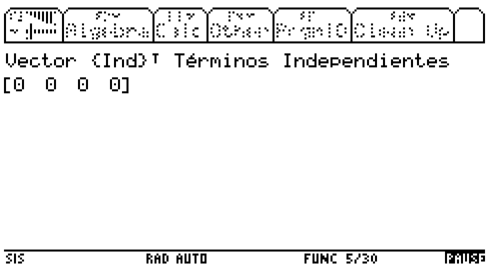
Una vez introducidos los datos de los coeficientes, podemos ver la matriz y podríamos corregirla, antes de avanzar.



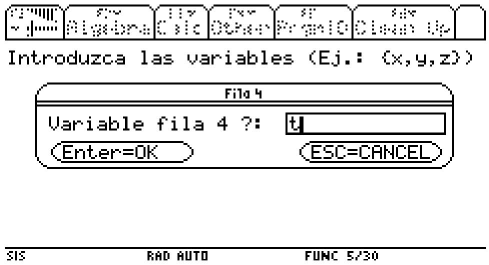
Ahora toca el turno de los términos independientes. En la pantalla, el correspondiente a la fila 1:



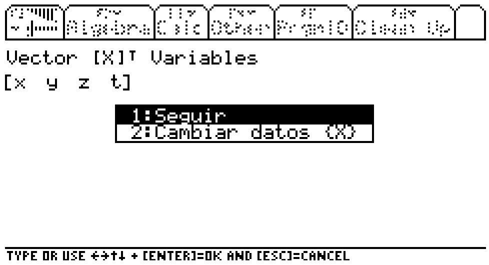
Una vez introducidos, se observa el vector columna (transpuesto) $\{Ind\}$, donde se podría corregir también en caso de error, volviendo a introducir los datos:



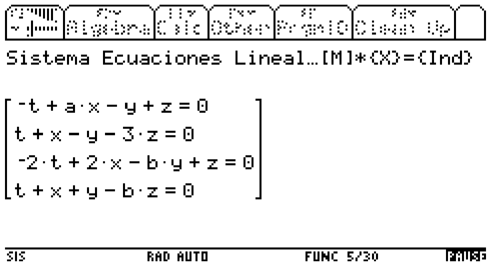
Por último se introducen las variables incógnitas. En pantalla, la correspondiente a la fila 4:



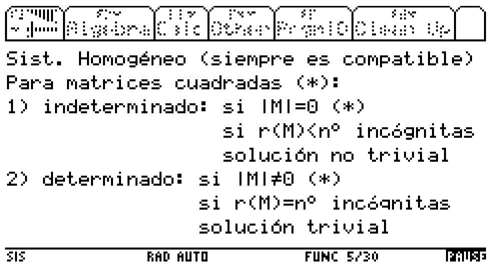
Se muestra el vector y se continúa:



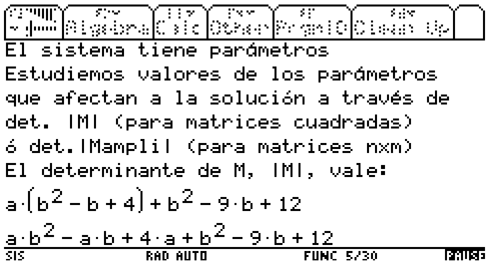
A continuación se muestra el sistema de ecuaciones lineales asociado:



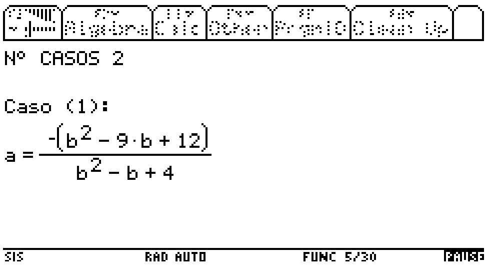
Como se trata de un sistema homogéneo, se expresan las condiciones generales para estos sistemas:

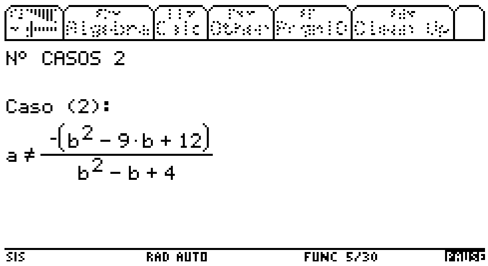


El programa detecta que existen parámetros y se encargará de buscarlos para delimitar las condiciones de cada caso. En este caso, por ser matriz cuadrada (internamente el programa hace comprobaciones para ello), se presenta el valor del determinante de la matriz de coeficientes:

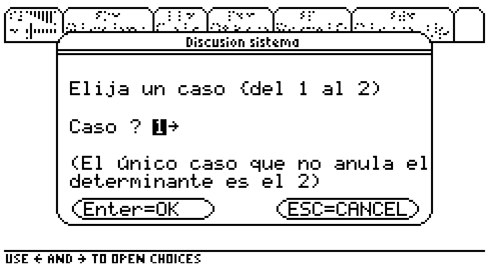


A continuación se presenta la discusión de los distintos casos en función de los parámetros:

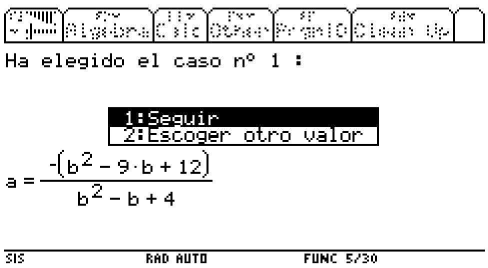




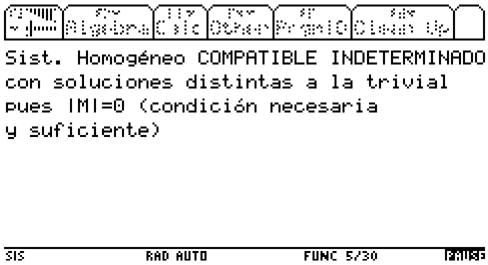
Una vez presentados los casos, se elige uno de ellos teniendo siempre en cuenta que el último caso presentado no anula el determinante, mientras que en los anteriores siempre el valor del determinante es 0. Los casos se estudian uno a uno. Al finalizar un caso, podemos estudiar otro sin cambiar el sistema de ecuaciones.



Tras confirmar el caso a estudiar, comienza el cálculo del sistema.



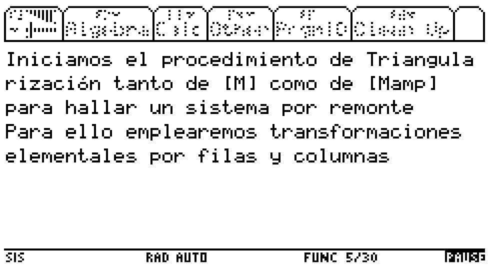
Para este caso, el sistema es compatible indeterminado, con soluciones distintas a la trivial.



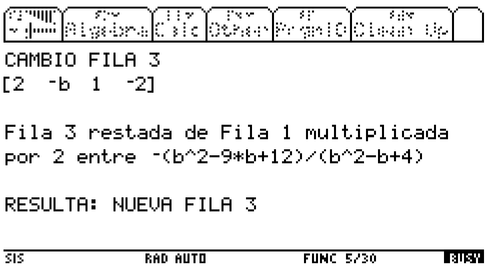
Por lo tanto la condición entre los parámetros a y b para que el sistema tenga solución distinta de la trivial es:

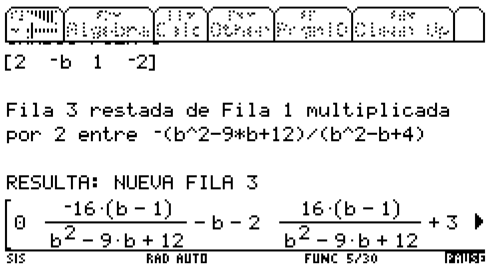
$$a = \frac{-(b^2 - 9 \cdot b + 12)}{b^2 - b + 4}$$

Ahora comienza el proceso de triangularización de Gauss.

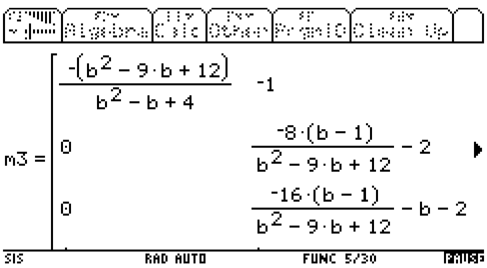


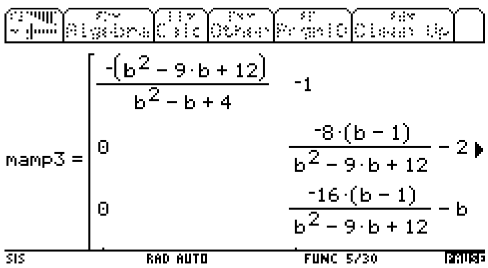
A continuación se detalla una operación efectuada en el proceso de triangularización. Si algún cálculo no aparece bien en pantalla puede desplazarse por ella a través de las flechas.



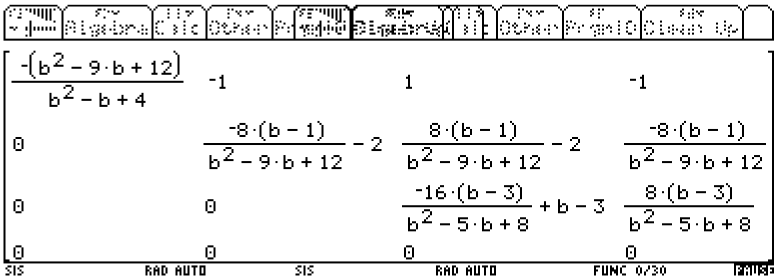


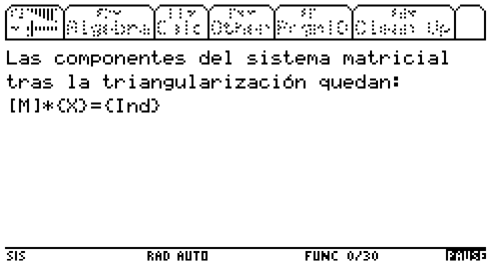
Se van presentando las matrices con un subíndice indicando el nº de operaciones efectuadas hasta ese momento.

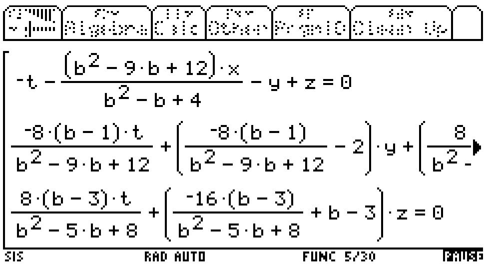


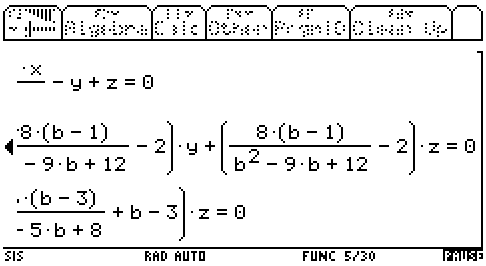


Finalmente una vez acabado el proceso de triangularización, se muestra nuevamente las matrices tal y como quedarían y el sistema de ecuaciones a resolver. En la siguiente pantalla aparece la matriz $[M]$ triangularizada.

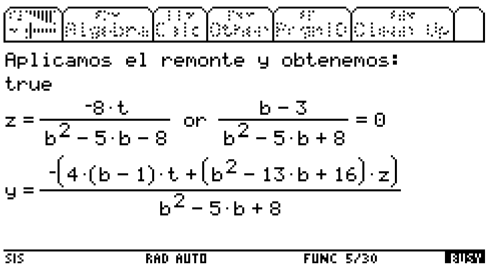


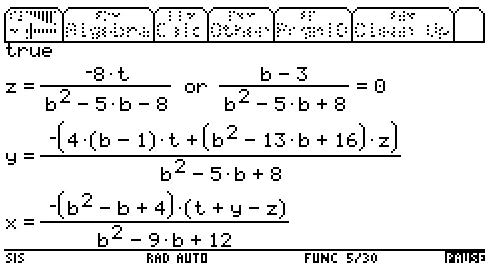




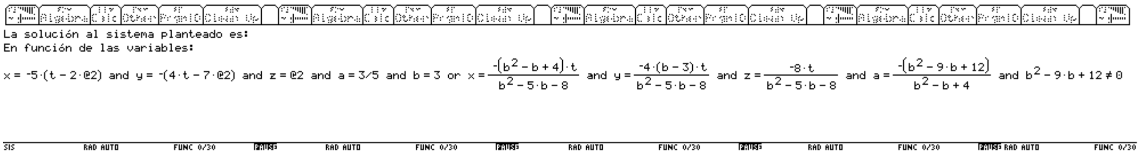


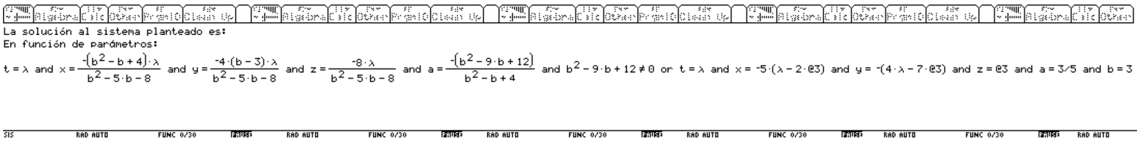
Luego se observan las ecuaciones tras aplicar el remonte, sin despejar. Si alguna ecuación marca como “true” quiere decir que no cuenta, por ser una identidad. Esto suele suceder en sistemas compatibles indeterminados. También puede suceder que marque “false”. Esto sucede en sistemas incompatibles.



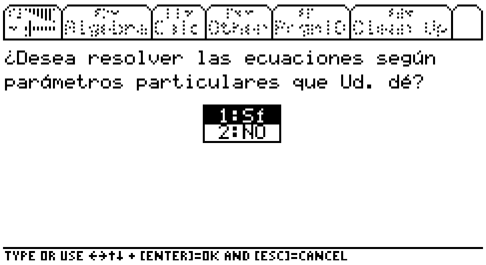


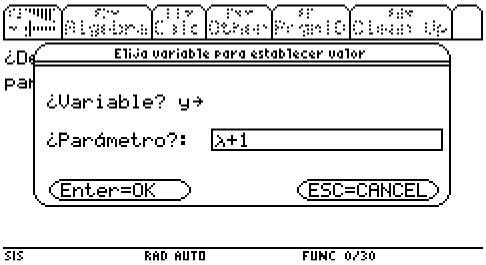
A continuación se presente la solución al sistema. Dicha solución puede ser en función de variables y en función de parámetros. Normalmente la solución en función de variables se da sobre una de las variables dadas en $\{X\}$. No obstante, pueden darse casos como el presente, donde una de las variables, se dé en formato @ seguido de un número, como es el caso actual en el que $z = @\,2$. Cuando se ofrece en función de parámetros, se dan variables en función de letras griegas. En el ejemplo, al ser un sistema simplemente indeterminado, solo se da una variable en función de un parámetro.



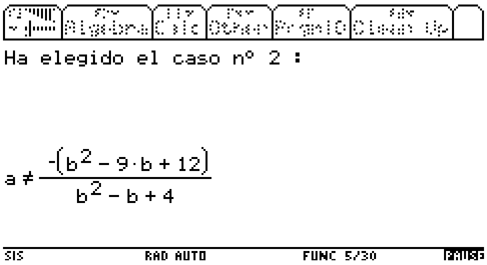


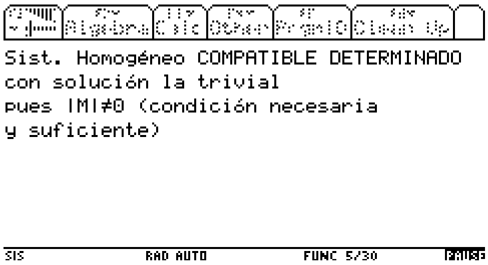
También podemos establecer un valor para el parámetro en cualquier variable si se desea. Esta es una opción exclusiva para sistemas compatibles indeterminados. Se omite el cálculo con este parámetro.



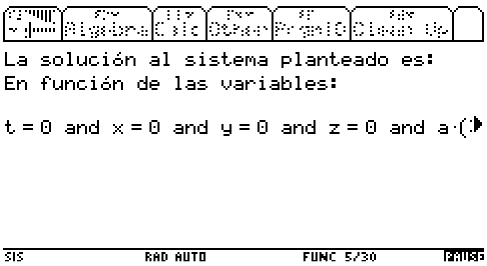


Se podría estudiar el otro caso:





Aunque no sería necesario hacerlo porque al final se llegaría a la solución trivial, SisEcuac estudia paso a paso el problema llegando a la solución final (se omiten los pasos).

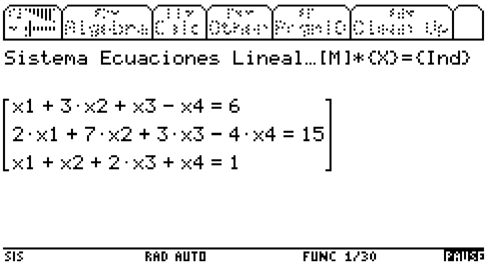


4.2. Ejemplo nº 2 mediante método de Gauss.

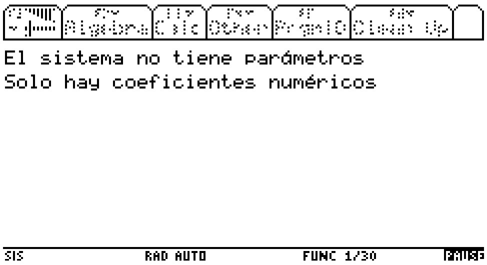
Resolver, analizando previamente por el método de Gauss, el sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 6 \\ 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 15 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

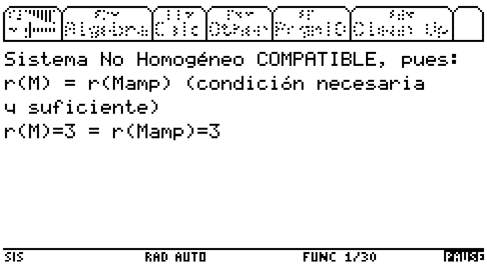
Una vez introducidos los datos tenemos:

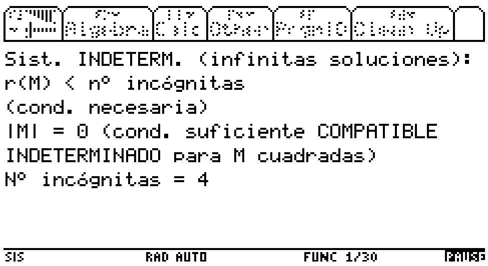


Este sistema no tiene parámetros, solo coeficientes numéricos.

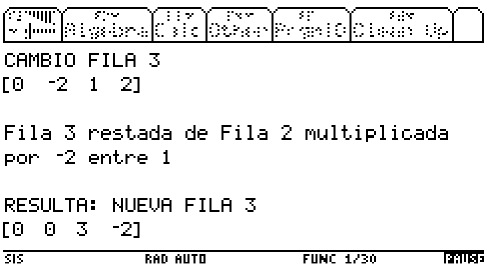


Clasificación del sistema:

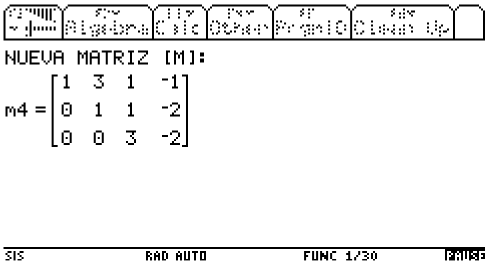


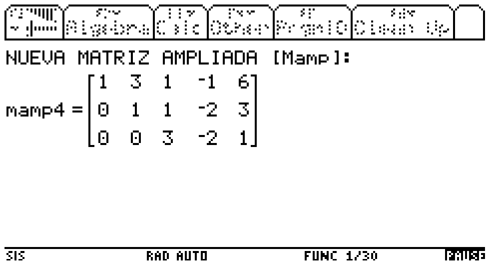


Detalle de la aplicación del método de Gauss en las transformaciones de filas-columnas para la triangularización (4º paso):

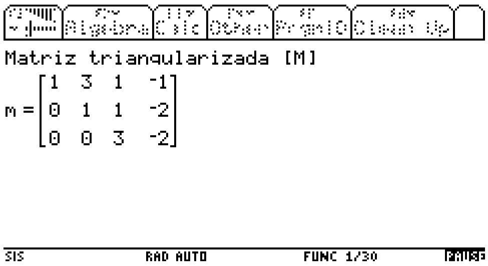


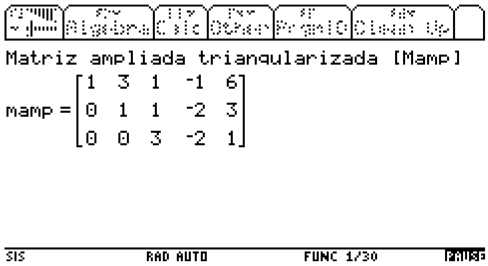
Resultado de operación 4ª de transformación:



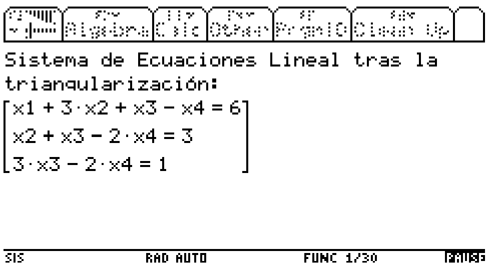


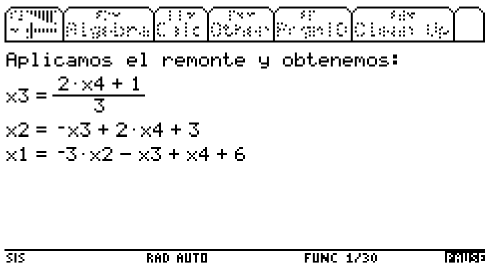
Aquí termina el proceso de triangularización y se muestran las matrices finales triangularizadas:



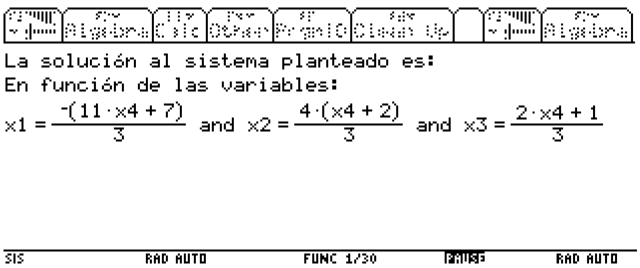


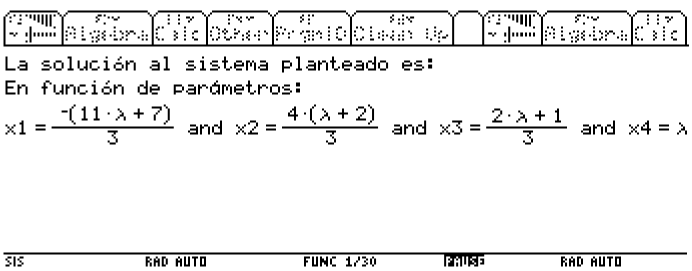
Sistema de ecuaciones triangularizado, con las ecuaciones de remonte sin despejar:



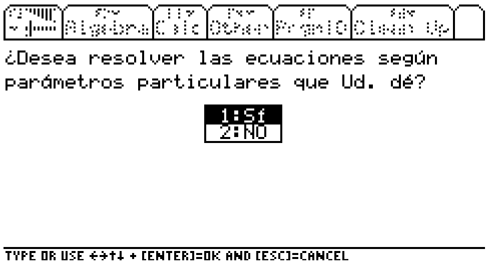


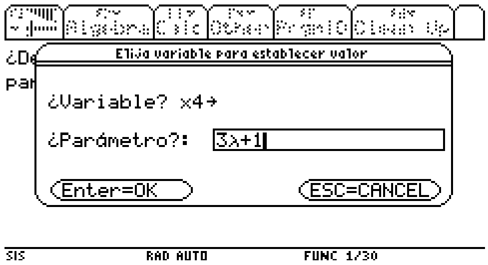
Solución en función de las variables y de los parámetros:

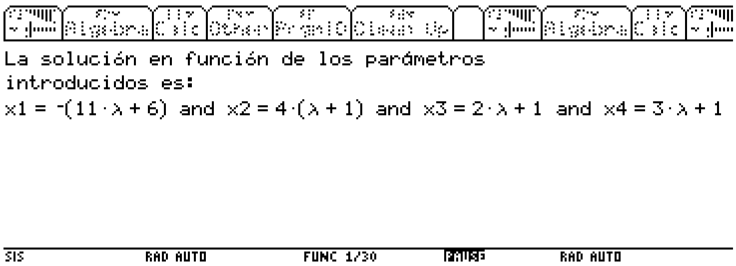




Solución particular mediante parámetros:





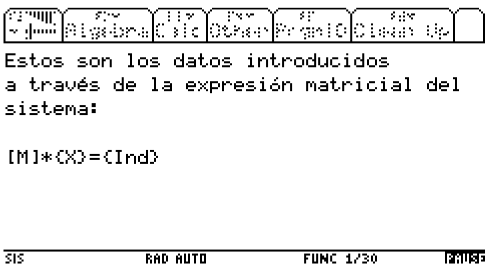


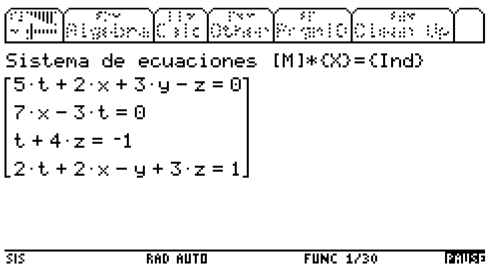
4.3. Ejemplo nº 3 mediante regla de Cramer.

Comprobar si el siguiente sistema es o no de Cramer y hallar su solución:

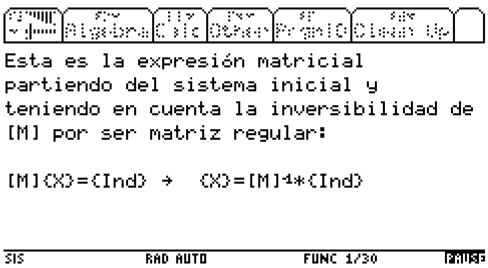
$$\begin{cases} 2x + 3y - z + 5t = 0 \\ 7x - 3t = 0 \\ 4z + t = -1 \\ 2x - y + 3z + 2t = 1 \end{cases}$$

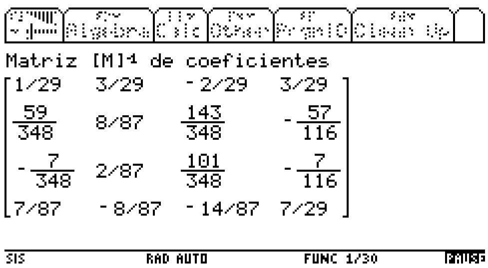
Sistema matricial introducido:





El programa busca la inversión de la matriz $[M]$ por ser regular:





El resultado operando matricialmente es:

El resultado para (X)=[M]$^{-1}$*(Ind) es:

$$\left[x = 5/29 \quad y = -\frac{157}{174} \quad z = -\frac{61}{174} \quad t = 35/87\right]$$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Ahora se calcula el sistema aplicando la regla de Cramer:

Ahora obtendremos el resultado, aplicando la regla de Cramer

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Cálculo del determinante:

Matriz [Δ] = [M]

$$\Delta = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 7 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Determinante de [Δ] = det_Δ

$$det\_\Delta = -1 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 29$$

$$det\_\Delta = -348$$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Soluciones paso a paso:

Solución nº 1

$det\_\Delta1 = -60$

$det\_\Delta = -348$

$$\Delta1 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \\ -1 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{det\_\Delta1}{det\_\Delta}$$

$$x = 5/29$$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Solución nº 2

$det\_\Delta2 = 314$

$det\_\Delta = -348$

$$\Delta2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 5 \\ 7 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$y = \frac{det\_\Delta2}{det\_\Delta}$$

$$y = -\frac{157}{174}$$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Solución nº 3

$det\_\Delta3 = 122$

$det\_\Delta = -348$

$$\Delta3 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 5 \\ 7 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$z = \frac{det\_\Delta3}{det\_\Delta}$$

$$z = -\frac{61}{174}$$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Solución nº 4

$det\_\Delta4 = -140$

$det\_\Delta = -348$

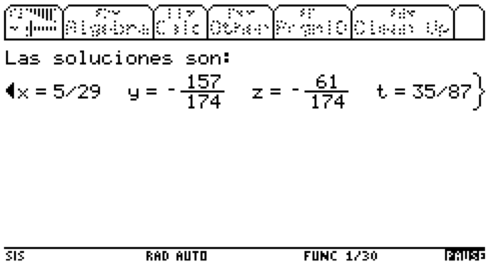
$$\Delta4 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$t = \frac{det\_\Delta4}{det\_\Delta}$$

$$t = 35/87$$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Resultado resumido por Cramer:

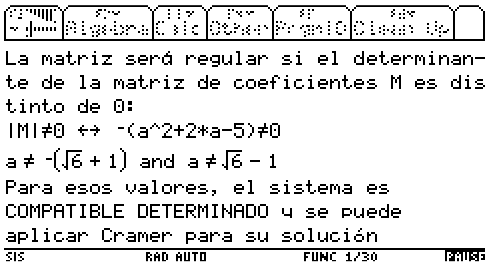


4.4. Ejemplo nº 4 mediante regla de Cramer.

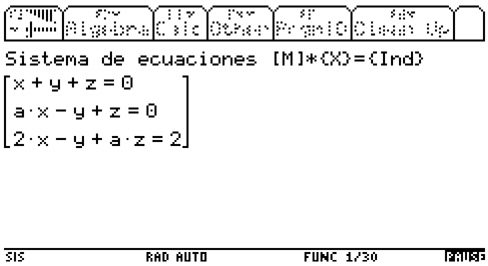
Estudiar por Cramer el sistema para los distintos valores de a:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x + y + z = 0} \\ \boldsymbol{ax - t + z = 0} \\ \boldsymbol{2x - y + az = 2} \end{cases}$$

Una vez introducidos los datos de la matriz de coeficientes el programa nos muestra los valores en los que la matriz es regular y donde existe solución distinta a la trivial.



Se muestra el sistema inicial:



El sistema se puede calcular directamente invirtiendo la matriz $[M]$ que es lo que se hace a continuación:

Esta es la expresión matricial partiendo del sistema inicial y teniendo en cuenta la inversibilidad de [M] por ser matriz regular:

$[M]\{X\}=\{Ind\} \rightarrow \{X\}=[M]^{-1}*\{Ind\}$

Matriz $[M]^{-1}$ de coeficientes

$$\begin{bmatrix} \frac{a-1}{a^2+2\cdot a-5} & \frac{a+1}{a^2+2\cdot a-5} & \frac{-2}{a^2+2\cdot a-5} \\ -\frac{2\cdot a-3}{a^2+2\cdot a-5} & \frac{-(a-2)}{a^2+2\cdot a-5} & \frac{-(a-1)}{a^2+2\cdot a-5} \\ \frac{a-2}{a^2+2\cdot a-5} & \frac{-3}{a^2+2\cdot a-5} & \frac{a+1}{a^2+2\cdot a-5} \end{bmatrix}$$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

La solución es:

El resultado para $\{X\}=[M]^{-1}*\{Ind\}$ es:

$$\left[x=\frac{-4}{a^2+2\cdot a-5} \quad y=\frac{-2\cdot(a-1)}{a^2+2\cdot a-5} \quad z=\frac{2\cdot(a+1)}{a^2+2\cdot a-5}\right]$$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Ahora se resuelve el sistema por Cramer. El determinante es:

Matriz $[\Delta] = [M]$

$$\Delta=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & -1 & 1 \\ 2 & -1 & a \end{bmatrix}$$

Determinante de $[\Delta]$ = det_Δ

$det\_\Delta = -(a^2+2\cdot a-5)$

$det\_\Delta = -a^2-2\cdot a+5$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Las soluciones son:

Solución nº 1

$det\_\Delta 1 = 4$

$det\_\Delta = -(a^2+2\cdot a-5)$

$x=\frac{det\_\Delta 1}{det\_\Delta}$

$x=\frac{-4}{a^2+2\cdot a-5}$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Solución nº 1

$$\Delta 1=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & a \end{bmatrix}$$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Solución nº 2

$det\_\Delta 2 = 2\cdot(a-1)$

$det\_\Delta = -(a^2+2\cdot a-5)$

$y=\frac{det\_\Delta 2}{det\_\Delta}$

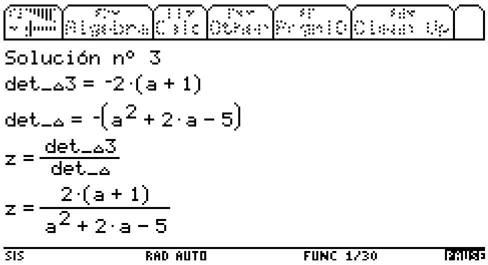
$y=\frac{-2\cdot(a-1)}{a^2+2\cdot a-5}$

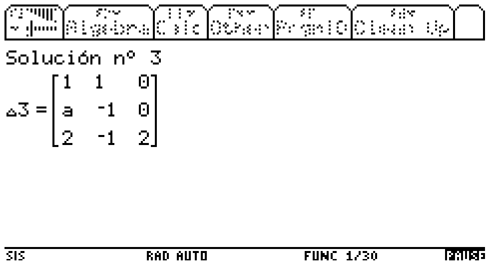
SIS RAD AUTO FUNC 1/30

Solución nº 2

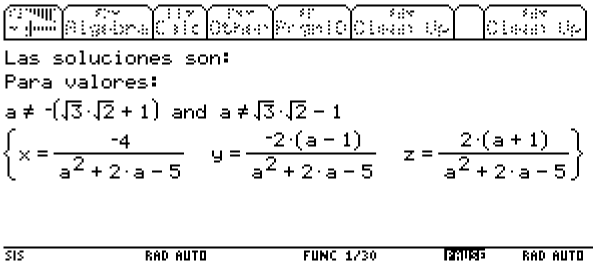
$$\Delta 2=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ a & 0 & 1 \\ 2 & 2 & a \end{bmatrix}$$

SIS RAD AUTO FUNC 1/30





Finalmente el resultado es:



5. Extras.

El programa incluye varias funciones que pueden ser reutilizadas en otros programas o bien usarse fuera del programa. Estas funciones están en la carpeta del programa ***sis.***

- **Numeri(*expr*).** Responde con “true” o “false” si una expresión dada es numérica o no. Cualquier expresión algebraica es “true” excepto aquellas que incluyan operadores matemáticos de varias letras: sin, ln, etc. La expresión puede estar en su formato normal o nombrada por su variable.
  Los caracteres permitidos además de los numéricos son los símbolos de:
  suma, resta, multiplicación, división, número negativo, paréntesis, corchetes, flechas, punto, coma, raíz cuadrada, comillas, símbolo nº complejo, símbolo nº e.

- **ListRep({*lista*}).** Elimina los términos repetidos de una lista.
  Ejemplo: ListRep ({a,a,a,b,a,c,d,c,b,c}) da {a,b,c,d}

- **ListDel ({*lista* },var).** Borra de una lista el valor señalado en var.
  Ejemplo: ListDel ({a,a,a,b,a,c,d,c,b,c},a) da {b,c,d,c,b,c}

- **Rangox([*mat*]).** Da el rango máximo de la matriz con parámetros en formato texto, indicando los valores para los que es válido **.**
  Ejemplo: Rango ([a,2,3;b,5,6;c,8,9]) da “Rango = 3 para -3*(a-2b+c) $\neq$ 0”

Excepto la función ***Rangox***, todas las demás son necesarias para ejecutar SisEcuac.